

УДК 621.039.515:621.039.516.2

DOI: <https://doi.org/10.26583/npe.2026.1.04>  
Оригинальная статья / Original paper

## Логистическая аппроксимация градуировочной характеристики

А.Г. Юферов

ИАТЭ НИЯУ МИФИ,

249039 Россия, г. Обнинск, Калужская обл., Студгородок, 1

**Реферат.** Рассмотрена задача аппроксимации градуировочной характеристики органа регулирования ядерного реактора посредством двухпараметрической логистической кривой. Такой выбор аппроксимирующей функции сокращает вычислительные затраты на прогнозирование реактивности при изменении положения органа регулирования, обеспечивает необходимую точность прогноза, позволяет охарактеризовать полную эффективность органа и его динамику только двумя параметрами, определяющими логистическую кривую. Первый параметр – верхняя асимптота этой кривой – соответствует полной эффективности органа регулирования. В случае объективно адекватной логистической аппроксимации для оценки этого параметра достаточно любых трех эквидистантных замеров экспериментальной градуировочной характеристики. Вторым параметром логистической кривой характеризует относительную скорость изменения реактивности. Принципиальная возможность получения хорошей логистической аппроксимации для экспериментальных градуировочных характеристик показана на примере интегральной характеристики группы автоматических регулирующих кассет реактора ВВЭР-440. Результаты дисперсионного анализа подтверждают адекватное воспроизведение данной характеристики логистической моделью – коэффициент детерминации практически равен единице.

**Ключевые слова:** орган регулирования, градуировочная характеристика, логистическая аппроксимация, реактивность.

**Для цитирования:** Юферов А.Г. Логистическая аппроксимация градуировочной характеристики. *Известия вузов. Ядерная энергетика*. 2026;1:46–51. DOI: <https://doi.org/10.26583/npe.2026.1.04>

Для разработки САУ ЯЭУ представляет интерес задача аналитического описания градуировочных характеристик (ГХ) органов регулирования. Удачный выбор аппроксимирующей функции сокращает вычислительные затраты на прогнозирование реактивности при изменении положения органа, обеспечивает необходимую точность прогноза, позволяет охарактеризовать параметрами аппроксимации эффективность органа и его динамику.

Известно [1], что на рабочем интервале движения органа регулирования можно использовать следующую зависимость реактивности от относительной глубины погружения органа:  $\rho(t) \sim \sin^2(1.57t)$ ,  $t = h_t/h_n$  ( $h_t$  – текущая глубина,  $h_n$  – полная глубина погружения). Однако эта зависимость следует из теории цилиндрического ядерного реактора с центральным регулирующим стержнем и поэтому требует экспериментального подтверждения. Обычно используется полиномиальная аппроксимация экспериментальной ГХ с большим числом подгоночных параметров, которые не имеют явного физического смысла. Однако типичный вид интегральной ГХ (рис. 1) указывает на возможность ее аппроксимации логистической кривой

$$\rho(t) = \rho_n / (1 + b \exp(-\gamma t)), \quad (1)$$

где фигурируют только два независимых параметра  $\rho_n$  и  $\gamma$ , а параметр  $b = (\rho_n - \rho(0)) / \rho(0)$ .

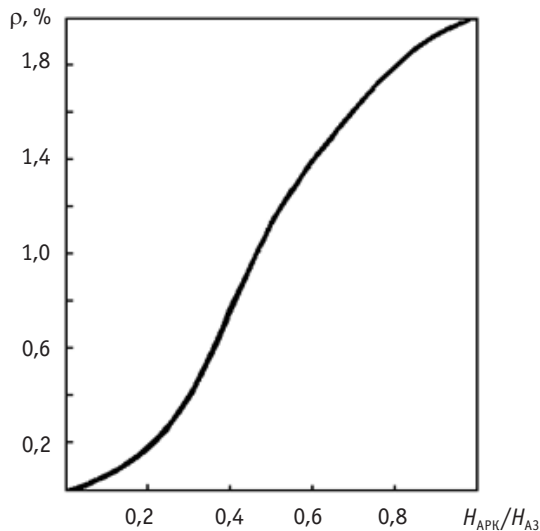


Рис. 1. Интегральная характеристика группы АРК ВВЭР-440 [2]

Параметры  $\rho_n$ ,  $\gamma$  характеризуют и соответствующую дифференциальную характеристику:

$$d\rho/dt = \gamma\rho(1 - \rho/\rho_n). \quad (2)$$

Параметр  $\rho_n$  – верхняя асимптота логистической кривой – интерпретируется как вес органа и оценивается по любым трем эквидистантным замерам:

$$\rho_n = \frac{\rho_{i+1} (2\rho_i\rho_{i+2} - \rho_{i+1}(\rho_i + \rho_{i+1}))}{\rho_i\rho_{i+2} - \rho_{i+1}^2}. \quad (3)$$

Однако следует отметить, что для некоторых градуировочных характеристик лучшая аппроксимация достигается, если в качестве  $\rho_n$  используется оценка полной эффективности органа регулирования, полученная в независимых экспериментах.

Параметр  $\gamma$  характеризует относительную скорость изменения реактивности, поскольку, как следует из уравнения (2), эта скорость изменяется по закону

$$(dz/dt)/z = \gamma (1 - z),$$

где  $z = \rho/\rho_n$ .

Связанное с параметром  $b$  начальное значение логистической кривой  $\rho(0) = \rho_n/(1+b)$  означает скачок реактивности в момент смещения органа регулирования. Эта особенность согласуется с моделями кинетики реактора, в частности, с интегральным уравнением для скорости изменения мощности  $v(t) = dn/dt$  [2]:

$$v(t) = -\int_0^t h(\tau)v(t-\tau)d\tau + r(t)n(t) + Q(t). \quad (4)$$

Здесь ядро интегрального уравнения есть  $h(\tau) = h_0 \sum a_j \exp(-\lambda_j \tau)$ ,  $a_j, \lambda_j$  – доли групп и постоянные распада запаздывающих нейтронов соответственно. Параметр  $h_0 = \beta_{эф}/\Lambda$ , где  $\Lambda$  – время генерации мгновенных нейтронов,  $\beta_{эф}$  – эффективная доля запаздывающих нейтронов. В уравнении использована  $\Lambda$ -шкала реактивности:  $r = \rho/\Lambda$ .

Из уравнения (4) следует, что для вывода реактора из стационарного режима, т.е. для возникновения начальной скорости изменения мощности  $v(0) = r(0)n(0) + Q(0)$ , действительно необходим (в случае постоянного источника,  $Q = \text{const}$ ) скачок реактивности. В  $\Lambda$ -шкале реактивности этот скачок можно оценить как асимптотическое начальное значение относительной скорости изменения мощности  $r(0) = v(t)/n(t)|_{t \rightarrow 0}$ . Отсюда получаем способ оценки параметра  $b = r_n/r_0 - 1 = \rho_n/\rho_0 - 1$ . Это значение должно соответствовать оценке методом наименьших квадратов параметров, следующей из уравнения (1) линейной регрессии

$$f(t) = a - \gamma t, \quad (5)$$

где  $f(t) = \ln(\rho_n/\rho(t) - 1)$ ,  $a = \ln(b)$ .

Применительно к градуировочной характеристике на рис. 1 (где независимой переменной является относительная глубина погружения кассеты АРК  $t = H_{АРК}/H_{А3}$ ) оценки параметров уравнения (5) приведены в табл. 1.

Таблица 1

### Дисперсионный анализ аппроксимации

Верхняя асимптота	Ошибка прогноза	Коэффициент детерминации	F-отношение	Коэффициенты регрессии		Ошибка параметра
				$a$	$\gamma$	
1.93	0,26	0,985	1112	$a$	3,70	0,13
				$\gamma$	7,20	0,22
2.01	0,27	0,983	1000	$a$	3,68	0,14
				$\gamma$	7,12	0,23

Здесь же представлены некоторые результаты дисперсионного анализа [4], характеризующие адекватность регрессии (5). В данном случае нет необходимости привлекать статистические критерии для проверки значимости линейной зависимости, т.е. неравенства нулю коэффициентов  $\gamma$  и  $a$ . Чтобы обнаружить явно выраженный линейный тренд, достаточно построить зависимость  $f(t) = \ln(\rho_n/\rho(t) - 1)$ ,  $t = H_{АРК}/H_{АЭ}$  по наблюдаемым значениям реактивности (рис. 2).

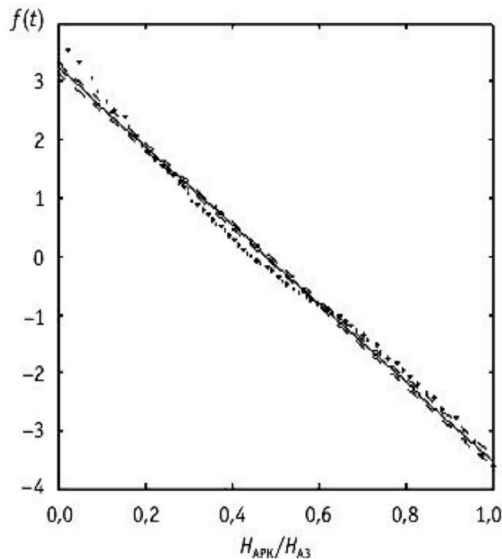


Рис. 2. Сопоставление экспериментальной и аппроксимирующей зависимостей (точки - отсчеты по интегральной характеристике АРК ВВЭР-440, штрихи - аппроксимация)

Коэффициент корреляции между наблюдаемыми значениями и вычисляемыми по уравнению (5) здесь равен 0.996, т.е. близок к максимуму. Рассмотрены два случая выбора верхней асимптоты логистической кривой (полной эффективности органа регулирования): оценка по формуле (3)  $\rho_n = 2.01\%$  и найденная независимо оценка  $\rho_n = 1.93\%$ . Последняя обеспечивает несколько меньшую ошибку прогноза по уравнению (5).

Полученные результаты подтверждают возможность применения логистических кривых для аппроксимации градуировочных характеристик органов регулирования. При этом параметр логистической кривой  $\rho_n$  интерпретируется как полная эффективность органа, а параметр  $\gamma$  – как характеристика относительной скорости изменения реактивности.

### Литература

1. Шульц М. Регулирование энергетических ядерных реакторов. М.: ИЛ, 1957, 460 с.
2. Крупенников В.П. Эксплуатационные вопросы физики реакторов ВВЭР-440. М.: Энергоатомиздат, 1986, 80 с.
3. Юферов А.Г. К задаче идентификации интегральных уравнений кинетики. *Известия вузов. Ядерная энергетика*. 2005;4:25–34. URL: <https://nuclear-power-engineering.ru/full-issue/2005-04/> (дата обращения 10.01.2026).

4. Афифи А., Эйзен С. Статистический анализ: подход с использованием ЭВМ. М.: Мир, 1982, 488 с.

Поступила в редакцию 09.04.2025

После доработки 15.01.2026

Принята к опубликованию 20.03.2026

### Автор

Юферов Анатолий Геннадьевич, доцент, к.ф.-м.н.,

E-mail: anatoliy.yuferov@mail.ru

UDC 621.039.515:621.039.516.2

## Logistic Approximation of the Calibration Characteristics

Yuferov A.G.

*OINPE MEPHI,*

*1 Studgorodok, 249039 Obninsk, Kaluga reg., Russia*

### Abstract

The paper considers the problem of approximating the calibration characteristic of a nuclear reactor control element by means of a two-parameter logistic curve. Such a choice of the approximating function reduces the computational costs of predicting reactivity when changing the position of the control element, provides the required accuracy of the forecast, and allows characterizing the full efficiency of the element and its dynamics by only two parameters that determine the logistic curve. The first parameter, the upper asymptote of this curve, corresponds to the full efficiency of the control element. In the case of an objectively adequate logistic approximation, any three equidistant measurements of the experimental calibration characteristic are sufficient to estimate this parameter. The second parameter of the logistic curve has the meaning of the relative rate of change of reactivity. The fundamental possibility of obtaining a good logistic approximation for experimental calibration characteristics is shown using the example of the integral characteristic of a group of automatic control cassettes of the WWER-440 reactor. The results of the dispersion analysis confirm the adequate reproduction of this characteristic by the logistic model – the determination coefficient is almost equal to one.

**Key words:** regulatory authority, calibration characteristics, logistic approximation, reactivity.

**For citation:** Yuferov A.G. Logistic Approximation of the Calibration Characteristics. *Izvestiya vuzov. Yadernaya Energetika*. 2026;1:46–51. DOI: <https://doi.org/10.26583/npe.2026.1.04> (in Russian).

### References

1. Schultz M.A. Control of nuclear reactors and power plants. N.Y., McGraw-Hill Publ., 1955, 313 p.
2. Krupennikov V.P. Operational issues of physics of VVER-440 reactors. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1986, 80 p. (in Russian).
3. Yuferov A.G. On the problem of identification of integral kinetic equations. *Izvestiya vuzov. Yadernaya Energetika*. 2005;4:25–34. URL: <https://nuclear-power-engineering.ru/full-issue/2005-04/> (accessed Jan. 10, 2026) (in Russian).

4. Afifi A., Azen S. Statistical analysis: a computer-based approach. N.Y., Academic Press Publ., 1979, 384 p.

**Автор**

Anatoliy G. Yuferov, Assistant Professor, Cand. Sci. (Phys.-Math.),  
E-mail: [anatoliy.yuferov@mail.ru](mailto:anatoliy.yuferov@mail.ru)