

МОДЕЛЬ ТЕЧЕНИЯ ТЕПЛОНОСИТЕЛЯ В ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРАХ СО СВЕРХКРИТИЧЕСКИМИ ПАРАМЕТРАМИ НА ОСНОВЕ ВЫСШИХ ПРИБЛИЖЕНИЙ МЕТОДА ЧЕПМЕНА-ЭНСКОГО

И.А. Чусов*, **

* АО ОКБ «Гидропресс»

142100, Московская обл., г. Подольск, ул. Орджоникидзе, 21

** ИАТЭ НИЯУ МИФИ

249039, Калужская обл., г. Обнинск, Студгородок 1



Предложена физическая модель течения теплоносителя в проточной части реакторной установки со сверхкритическими параметрами. Модель основана на учете вклада слагаемых Барнетта в общий баланс сил и их работы в уравнениях переноса. В тензор напряжений на основании метода Чемпена-Энсого введены слагаемые, учитывающие влияние термоконвекции. Приведена наиболее общая форма исходных уравнений и их параболизированная форма, позволяющая учесть поперечные перетечки в тепловыделяющих сборках.

Ключевые слова: ядерный реактор, уравнения Барнетта, поперечные перетечки, модель течения теплоносителя, параболические уравнения, нелинейное ортогональное преобразование.

Чусов И.А. Модель течения теплоносителя в ядерных реакторах со сверхкритическими параметрами на основе высших приближений метода Чемпена-Энсого. // Известия вузов. Ядерная энергетика. – 2023. – № 2. – С. 41-55. DOI: <https://doi.org/10.26583/pre.2023.2.04> .

ВВЕДЕНИЕ

Среди нескольких типов реакторных установок (РУ), выделенных международной программой GIF-IV [1 – 3] как наиболее перспективные, концепция РУ на сверхкритических параметрах (СКП) является одной из самых многообещающих. В различных проектах РУ варьируются практически все основные характеристики: типы теплоносителя, схемы его движения в объеме активной зоны (а.з.), конструкции ТВС и твэлов, компоновка внутрикорпусных устройств и т.д.

Пристальное внимание к реакторам такого типа обусловлено возможностью получения более высокого к.п.д. по сравнению с РУ типа PWR/BWR за счет повышения эксплуатационных параметров (более высокие температура и давление в объеме а.з.) и использования цикла Брайтона на сверхкритических параметрах вместо цикла Ренкина [4].

Современный расчет теплогидравлических параметров РУ типа ВВЭР, РБМК и БН
© И.А. Чусов, 2023

выполняют, используя различные модели течения теплоносителя: модель средних характеристик для каналов (поканальная методика); модель локальных параметров; модель пористого тела; струйная методика; метод изолированного канала (расчет по самой энергонапряженной ТВС). Те же модели применяют при попытках описания движения теплоносителя в проточных частях активных зон реакторов Generation-IV при сверхкритических параметрах. В большинстве случаев используют классический подход, предложенный Рейнольдсом. При этом составляющие тензора турбулентных напряжений рассчитываются по гипотезе Буссинеска с использованием понятия коэффициента турбулентной вязкости.

Однако такой «прямой» подход представляется сомнительным при расчете течений со сверхкритическими параметрами. Во-первых, течение теплоносителя в проточной части РУ характеризуется тем, что изменение энтальпии потока много больше характерной величины кинетической энергии. Во-вторых, течение в проточной части а.з. сопровождается значительным изменением теплофизических свойств теплоносителя.

Течение теплоносителя реализуется в условиях для параметрических чисел Кнудсена и Рейнольдса $Kn \rightarrow 0$, $Re \gg O(1)$. При таких значениях режимных параметров барнеттовские слагаемые в уравнении импульса имеют тот же порядок, что и навье-стоксовские, а в случае турбулентных течений такой же порядок, что и «кажущиеся» турбулентные напряжения Рейнольдса. Перечисленные выше обстоятельства приводят к необходимости решения уравнений переноса импульса и энергии с учетом кинетических эффектов, учитываемых барнеттовскими слагаемыми, входящими в тензор напряжений и тепловых потоков.

Многочисленные попытки описать результаты эксперимента для зоны ухудшенного теплообмена при СКП с использованием вышеупомянутых методов расчета приводят к неудовлетворительным результатам [4]. В настоящее время опубликовано значительное число расчетных работ, где авторы используют различные модели турбулентности с различным набором констант, варьируя практически все параметры (в том числе и массовые скорости) [5, 6]. Картина неудовлетворительного описания зоны ухудшенного теплообмена имеет место как для подъёмного, так и для горизонтального течения в трубах и пучках стержней. Автор полагает, что основная причина кроется в наличии значительных градиентов температуры, влияние которых не учитывается в тензоре скоростей деформации и, как следствие, в тензоре напряжений или турбулентных напряжений Рейнольдса. В данной работе делается попытка устранения этого недостатка путем учета кинетических эффектов, учитываемых оцененными барнеттовскими слагаемыми.

НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Несмотря на кажущееся многообразие работ по течениям со сверхкритическими параметрами, экспериментальных исследований, типичных для будущих реакторов, совсем немного [4, 7]. Специфика геометрии сильно затесненных тепловыделяющих сборок, большие протяженности тепловыделяющих элементов, малые проходные сечения и т.д. делают эксперименты достаточно затруднительными и дорогостоящими. В [4] показано, что если температурные границы процесса не выходят за рамки жидкостного или газообразного состояния, то следует ожидать соответствия закономерностей для сопротивления и теплообмена при сверхкритических параметрах таким, которые установлены для жидкостей и газа с переменными свойствами. Особенности теплообмена при сверхкритических параметрах обнаруживаются в области псевдофазового перехода.

Область псевдофазового перехода характеризуется резким изменением всех теплофизических параметров теплоносителя (рис. 1, 2). Справа от псевдокритической точки поведение основных свойств соответствует газам: плотность обратно пропорциональ-

на температуре, а вязкость и теплопроводность слабо увеличиваются. Слева от псевдокритической точки ее поведение качественно совпадает с поведением капельной жидкости. Отметим, что переход через максимум теплоемкости характеризуется изменением относительной работы расширения определяемой как $E_q = (pdV/dq)_p = \rho\beta/(\rho c_p)$, которая совершается при тепловом расширении против сил давления. При этом значения E_q изменяются от 0,01 до ~ 0,4. Это обстоятельство указывает, что переход через точку максимума теплоемкости приводит к такому же увеличению объемной энергии жидкости, как и при парообразовании.

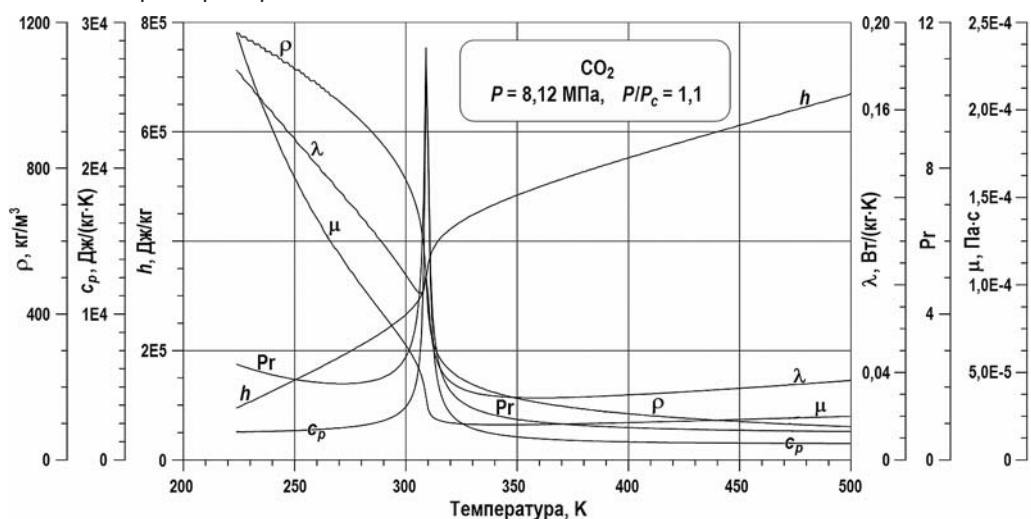


Рис. 1. Теплофизические свойства CO₂ в окрестности критической точки

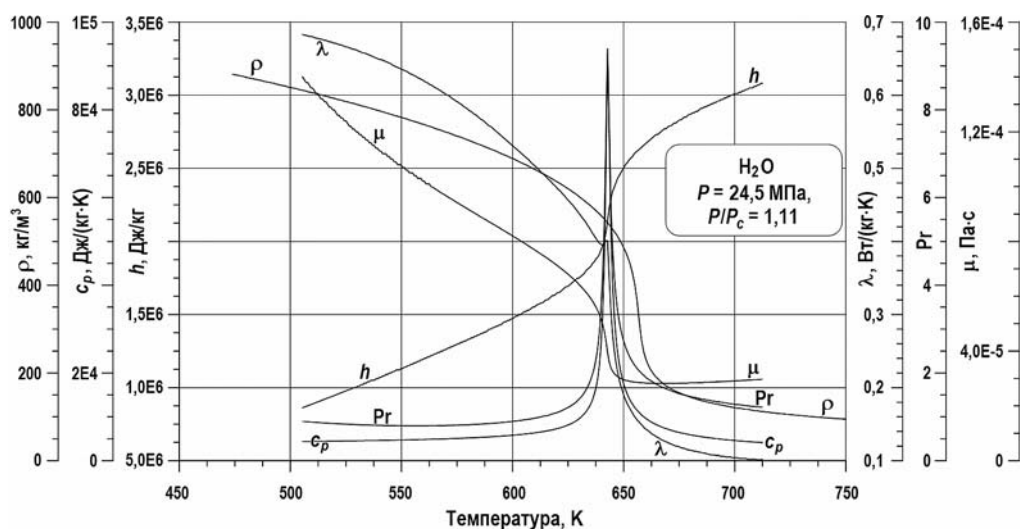


Рис. 2. Теплофизические свойства H₂O в окрестности критической точки

Не менее важной особенностью поведения жидкости в области псевдокритической температуры является наличие максимумов изобарных коэффициентов термического $\beta = -(\partial\rho/\partial t)_p/\rho$ и энтальпийного расширения $\beta/c_p = -(\partial\rho/\partial h)_p/\rho$. Последнее приводит к росту вклада в общее гидравлическое сопротивление инерционной составляющей.

Отметим, что вопрос о правильности и точности определения теплофизических свойств различных сред при около- и сверхкритических параметрах к настоящему времени разработан достаточно слабо. Относительно хорошо экспериментально исследо-

ваны свойства воды и углекислого газа. В [4] отмечено, что основное внимание при проведении опытов со сверхкритическими параметрами следует уделить чистоте исследуемой среды, поскольку наличие даже небольшого количества примеси способно существенно повлиять на точность измерений (особенно в окрестности псевдокритической точки, где изменение параметров весьма значительно).

Наиболее сложным и, как показывают опыты [8, 9], наиболее характерным явлением для течений при СКП является наличие области ухудшенного теплообмена, проявляющееся при нагревании воды, углекислого газа, азота, водорода и т.п.

УПРОЩЕННАЯ СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ БАРНЕТТА ДЛЯ ДВИЖЕНИЯ ТЕПЛОНОСИТЕЛЯ В РЕАКТОРЕ

Проблема сведения молекулярно-кинетических уравнений к макроскопическим является одной из фундаментальных в механике сплошных сред. В настоящее время эта процедура осуществляется с использованием классического метода Чепмена-Энскога при решении кинетического уравнения Больцмана-Максвелла. Конечным результатом применения метода является цепочка уравнений Эйлера, Навье-Стокса, уравнений высших приближений – уравнений Барнетта, супербарнеттовское приближение и т.д.

Исходной является система дифференциальных уравнений, в которую входят

- уравнение неразрывности

$$\frac{D\rho}{D\tau} + \rho \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0; \quad (1)$$

- уравнение количества движения

$$\rho \frac{Du_j}{D\tau} + \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (p_{ij}^{(0)} + p_{ij}^{(1)} + p_{ij}^{(2)} + \dots) = 0; \quad (2)$$

- уравнение энергии

$$\frac{3}{2}nk \frac{DT}{D\tau} + p \frac{\partial u_j}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_j} (q_j^{(0)} + q_j^{(1)} + q_j^{(2)} + \dots) + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} (p_{ij}^{(0)} + p_{ij}^{(1)} + p_{ij}^{(2)} + \dots) = 0, \quad (3)$$

в котором оператор $D/D\tau$ определяется как

$$\frac{D}{D\tau} = \frac{\partial}{\partial \tau} + u_k \frac{\partial}{\partial x_k} = 0, \quad p = nkT = \rho \frac{k}{m_0} T,$$

где q – тепловой поток; p_{ij} – «вязкие» слагаемые тензора напряжений; n – число частиц; k – постоянная Больцмана; переменные ρ, p, T, u_i означают плотность, давление, температуру и i -ю составляющую скорости. Замыкание системы (1) – (3) осуществляется в виде рядов

$$p_{ij} \sim \sum_{k=0}^{\infty} p_{ij}^{(k)}, \quad q_j \sim \sum_{k=0}^{\infty} q_j^{(k)} = 0.$$

Суть метода заключается в формальном нахождении решения интегро-дифференциального кинетического уравнения Больцмана, которое описывает эволюцию одночастичной функции распределения $f(\mathbf{x}, \mathbf{V}, t)$

$$\frac{\partial f}{\partial \tau} + (\mathbf{V} \nabla_{\mathbf{x}}) f + (\mathbf{F} \nabla_{\mathbf{V}}) f = L(f, f) \quad (4)$$

в виде асимптотического ряда по степеням малого неотрицательного параметра Kn :

$$f = f^{(0)} (1 + \text{Kn} \cdot f^{(1)} + \text{Kn}^2 \cdot f^{(2)} + \text{Kn}^3 \cdot f^{(3)} + \dots). \quad (5)$$

Здесь число Кнудсена определяется как отношение длины свободного пробега λ_n к характерному масштабу задачи L : $\text{Kn} = \lambda_n/L$. В выражении (4) \mathbf{V} – скорость единичной частицы, которая рассматривается как сфера массой m_0 ; \mathbf{F} – действующая на частицы

внешняя сила, отнесенная к единице массы.

Удерживая в разложении (5) только первое слагаемое и подставляя полученные выражения для тензора напряжений и теплового потока ($p_{ij}(0) = 0, q_i(0) = 0$) в (1) – (3), получим уравнения для движения и теплообмена идеальной жидкости – уравнения Эйлера. Выполняя аналогичную процедуру для первого и второго слагаемых разложения (5), приходим к связи тензора скоростей деформации и градиента температуры с тензором напряжений и тепловым потоком в форме Навье-Стокса и Фурье:

$$p_{ij}^{(0)} + p_{ij}^{(1)} = -2\mu e_{ij}, \quad e_{ij} = \{\partial u_i / \partial x_j\}, \quad q_i^{(0)} + q_i^{(1)} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i}.$$

Здесь и далее бездивергентный тензор $\{B_{ij}\}$ определяется следующим образом:

$$\{B_{ij}\} = (B_{ij} + B_{ji})/2 - \delta_{ij} B_{kk}/3,$$

где δ_{ij} – символ Кронекера. Сохраняя в разложении (5) три первых слагаемых, получим выражения для тензора напряжений в приближении Барнетта [5]:

$$p_{ij}^{(0)} + p_{ij}^{(1)} + p_{ij}^{(2)} = \frac{\mu^2}{\rho} \left[K_1 e_{ij} \nabla \mathbf{u} - K_2 \left\{ \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + 2e_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right\} \right] + \frac{\mathbf{u}}{\rho T} \left\{ K_3 \frac{\partial^2 T}{\partial x_i \partial x_j} + \frac{K_4}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} \frac{\partial T}{\partial x_j} + \frac{K_5}{T} \frac{\partial T}{\partial x_i} \frac{\partial T}{\partial x_j} + \frac{K_6 m}{k} e_{ik} e_{jk} \right\} - 2\mu \left\{ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right\}. \quad (6)$$

Выполняя аналогичную операцию для теплового потока, получим его выражение с учетом слагаемых Барнетта:

$$q_i^{(0)} + q_i^{(1)} + q_i^{(2)} = -\frac{\mu^2}{\rho T} \left\{ \theta_1 \frac{\partial T}{\partial x_i} \nabla \mathbf{u} + 2\theta_2 \left[\frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x_i} (T \nabla \mathbf{u}) + \frac{\partial T}{\partial x_j} + \frac{\partial T}{\partial x_i} \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \right] \right\} + \frac{\mu^2}{\rho} \left(\frac{\theta_3}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \theta_4 \frac{\partial T}{\partial x_j} + \frac{\theta_5}{T} \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) e_{ij} - \lambda \frac{\partial T}{\partial x_i}. \quad (7)$$

Величины констант K_i и θ_i , входящие в (6) и (7), приведены в [10].

Естественно, что можно удержать в разложении (5) и четыре слагаемых и получить так называемое супербарнеттовское приближение [11]. В этом случае запись выражений для тензора напряжений и теплового потока становится чрезвычайно громоздкой.

Отметим одну важную особенность уравнений Барнетта (1) – (3), (6), (7). Система уравнений содержит производные третьего порядка, что кроме дополнительных вычислительных сложностей приводит к необходимости задания дополнительного граничного условия.

При течении теплоносителя в реакторе со сверхкритическими параметрами конвективный теплообмен между стенкой твэла и потоком жидкости реализуется при значительных градиентах температуры так, что имеет место ограничение

$$\Delta T/T \ll 0. \quad (8)$$

При выполнении этого условия все слагаемые, входящие в (6), (7) и содержащие градиенты скоростей, становятся значительно меньше слагаемых, содержащих тепловые параметры, и их вкладом в общий динамический и тепловой баланс можно пренебречь. Для доказательства этого утверждения сравним максимальные величины слагаемых тензора напряжений Навье-Стокса $p_{ij}^{(1)}$ и Барнетта $p_{ij}^{(2)}$ как это сделано в [12, 13]:

$$\frac{p_{ij}^{(1)}}{p_{ij}^{(2)}} = \left(\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) / \left(\frac{\mu^2}{\rho T} \frac{\partial^2 T}{\partial x_i \partial x_j} \right) \ll O(1).$$

В то же время сравнение динамических составляющих Навье-Стокса $p_{ij}^{(1)}$ и динамических составляющих Барнетта $p_{ij}^{(2)}$ приводит к оценке

$$\frac{p_{ij}^{(1)}}{p_{ij}^{(2)}} = \left(\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) / \left(\frac{\mu^2}{\rho T} \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \right) \sim 1 / \text{Kn}.$$

Из последнего соотношения следует, что динамические слагаемые в поправке Барнетта порядка числа Кнудсена, т.е. бесконечно малы, поскольку, как упоминалась выше, течение реализуется в условиях $\text{Kn} \rightarrow 0$. С учетом этих соображений, выражения (6), (7) можно переписать в виде

$$p_{ij}^{(0)} + p_{ij}^{(1)} + p_{ij}^{(2)} = -2\mu \left\{ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right\} + \frac{\mu^2}{\rho T^2} \left[K_3 T \left\{ \frac{\partial^2 T}{\partial x_i \partial x_j} \right\} + K_5 \left\{ \frac{\partial T}{\partial x_i} \frac{\partial T}{\partial x_j} \right\} \right], \quad (9)$$

$$q_i^{(0)} + q_i^{(1)} + q_i^{(2)} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} - \frac{\mu^2}{\rho T} \theta_1 \frac{\partial T}{\partial x_i} - 2\theta_2 \frac{\partial T}{\partial x_i} \frac{\partial u_j}{\partial x_j}. \quad (10)$$

Подставляя (9), (10) в (1) – (3), получим систему уравнений, определяющую движение теплоносителя со сверхкритическим теплоносителем с учетом слагаемых Барнетта:

$$\frac{D\rho}{D\tau} + \rho \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0; \quad (11)$$

$$\rho \frac{Du_i}{D\tau} + \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(-2\mu \left\{ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right\} + \frac{\mu^2}{\rho T^2} \left[K_3 T \left\{ \frac{\partial^2 T}{\partial x_i \partial x_j} \right\} + K_5 \left\{ \frac{\partial T}{\partial x_i} \frac{\partial T}{\partial x_j} \right\} \right] \right) = 0; \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & \frac{3}{2} nk \frac{DT}{D\tau} \rho \frac{\partial u_j}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(-\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} - \frac{\mu^2}{\rho T} \theta_1 \frac{\partial T}{\partial x_i} - 2\theta_2 \frac{\partial T}{\partial x_i} \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \right) + \\ & + \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \left(-2\mu \left\{ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right\} + \frac{\mu^2}{\rho T^2} \left[K_3 T \left\{ \frac{\partial^2 T}{\partial x_i \partial x_j} \right\} + K_5 \left\{ \frac{\partial T}{\partial x_i} \frac{\partial T}{\partial x_j} \right\} \right] \right) = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Таким образом, система уравнений (11) – (13) позволяет описать движение теплоносителя в реакторной установке со сверхкритическим теплоносителем с учетом температурных поправок Барнетта, рассматривающих дополнительные напряжения, появляющиеся из-за возникновения больших градиентов температур. Невозможность учета больших температурных градиентов при использовании уравнений Навье-Стокса обусловлена линейными зависимостями между тензором напряжений и скоростью деформаций, а также вектором потока тепла и градиентом температуры.

ПАРАБОЛИЗОВАННЫЕ УРАВНЕНИЯ БАРНЕТТА

Как уже упоминалось, движение теплоносителя в реакторе имеет явно выраженное направление, например, подъемное. Лишь небольшая часть теплоносителя «уходит» в межканальные перетечки. На основании этого можно прийти к выводу, что нет необходимости решать уравнения эллиптического типа и вычислять градиенты динамических и тепловых параметров, которые малы, а можно значительно упростить исходную систему уравнений, не отбрасывая при этом слагаемые, позволяющие учесть поперечный перенос импульса, тепла и, в общем случае, массы.

В наиболее общем случае активную зону реактора корпусного типа ВВЭР-1000, ВВЭР-1200, ВВЭР-1500 с бесчехловыми тепловыделяющими сборками (ТВС) (кассетами типа ТВСА, ТВС-2, ТВС-2М и ТВС АЭС-2006 [14]) можно представить в виде кольцевых зон, каждая из которых заполнена тепловыделяющими сборками с необязательно одинаковым тепловыделением и на входе в них расходом теплоносителя.

Для активной зоны, собранной из бесчехловых (неочехленных) кассет, течение теп-

лоносителя можно рассматривать в виде системы коаксиальных турбулентных струй в условиях квазисвободного смешения. Общий вид предлагаемой схемы течения в реакторе представлен на рис. 3, а системы координат – на рис. 4, где $H_{\text{реактор}}$, $D_{\text{реактор}}$ – высота и диаметр проточной части РУ; $P_{\text{вх}}$, $P_{\text{вых}}$, $\Delta P_{\text{а.з.}}$ – давления на входе и выходе активной зоны и перепад давления.

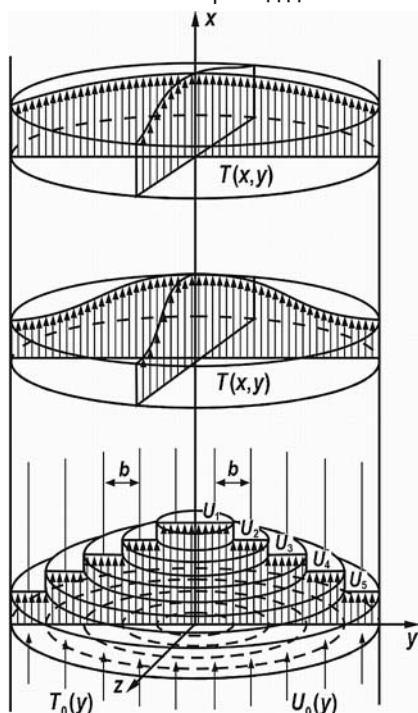


Рис. 3. Расчетная схема течения

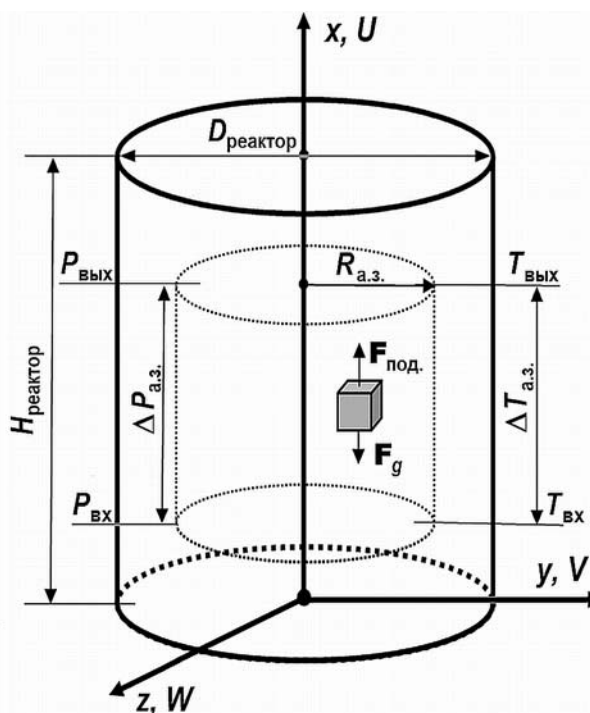


Рис. 4. Система координат

В более простой постановке такое представление модели течения теплоносителя после выхода из активной зоны за головками ТВС и в виде системы свободных неизо-термических турбулентных коаксиальных струй для водо-водяных реакторов было применено в работах [15 – 17].

Отметим, что конструкция ТВС с пучком стержней, расположенных в треугольной упаковке, как это принято в российской ядерной энергетике, не является единственно возможной для применения предлагаемой модели течения. В наиболее общем случае поперечное сечение ТВС может представлять собой любую геометрическую фигуру (ромб, эллипс и т.д. [18, 19]), содержащую стержневые твэлы, дистанционированные решетками или проволоочной навивкой. Обязательным условием применимости модели является отсутствие внешнего чехла, препятствующего поперечному переносу и возможности представления потока теплоносителя в виде системы коаксиальных струй.

Особенностью течения является наличие в потоке вертикальных стержней твэлов, заполняющих каждую кольцевую зону. С одной стороны, стержни искажают характер поперечного турбулентного переноса, присущий свободной турбулентности, с другой – являются причиной потерь энергии на трение.

Таким образом, активная зона корпусного водо-водяного реактора представляется в виде системы коаксиальных квазисвободных струй, на которые действует сила сопротивления в продольном и поперечном направлениях, порождающая перепад давления между входом и выходом и обладающая внутренним энерговыделением.

Для простоты выкладок рассмотрим только двухмерный случай и запишем получающиеся уравнения в безразмерном виде в наиболее полной форме; запись будет вестись

в декартовой системе координат. Маршевое направление (подъемное движение теплоносителя) – ось ординат, поперечное – ось абсцисс.

Уравнение неразрывности будет иметь вид

$$\text{Sh} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \rho U \frac{\partial U}{\partial x} + \rho V \frac{\partial V}{\partial y} = 0. \quad (14)$$

Уравнение переноса импульса для вертикального направления с учетом поправок Барнетта, действия сил тяжести и подъемной силы запишется следующим образом:

$$\begin{aligned} \text{Sh} \rho \frac{\partial U}{\partial \tau} + \rho U \frac{\partial U}{\partial x} + \rho V \frac{\partial U}{\partial y} = & -Eu \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{4}{3} \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial U}{\partial x} \right) - \frac{2}{3} \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial V}{\partial y} \right) - \\ & - \frac{2}{3} \frac{K_3}{\text{Re}^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu}{\rho T} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) + \frac{1}{3} \frac{K_3}{\text{Re}} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu^2}{\rho T} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) - \frac{2}{3} \frac{K_5}{\text{Re}^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu^2}{\rho T^2} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 \right) + \\ & + \frac{1}{3} \frac{K_5}{\text{Re}^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu^2}{\rho T^2} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial U}{\partial y} \right) + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial V}{\partial x} \right) - \frac{K_3}{\text{Re}} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu^2}{\rho T} \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y} \right) - \\ & - \frac{K_5}{\text{Re}^2} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu^2}{\rho T^2} \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} \right) - \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2} \rho \beta \Delta T + \frac{\rho}{\text{Fr}}. \end{aligned} \quad (15)$$

Уравнение переноса импульса в поперечном направлении

$$\begin{aligned} \text{Sh} \rho \frac{\partial U}{\partial \tau} + \rho U \frac{\partial U}{\partial x} + \rho V \frac{\partial U}{\partial y} = & -\sqrt{\text{Re}} Eu \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{\sqrt{\text{Re}^3}} \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial U}{\partial x} \right) - \frac{1}{\sqrt{\text{Re}}} \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial V}{\partial y} \right) - \\ & - \frac{K_3}{\sqrt{\text{Re}^3}} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu^2}{\rho T} \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y} \right) - \frac{K_5}{\sqrt{\text{Re}^3}} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu^2}{\rho T^2} \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{4}{3} \frac{1}{\sqrt{\text{Re}}} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial V}{\partial y} \right) - \\ & - \frac{2}{3} \frac{1}{\sqrt{\text{Re}}} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial U}{\partial y} \right) - \frac{2}{3} \frac{K_3}{\sqrt{\text{Re}}} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu^2}{\rho T} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{3} \frac{K_3}{\sqrt{\text{Re}^3}} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu^2}{\rho T} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) - \\ & - \frac{2}{3} \frac{K_5}{\sqrt{\text{Re}}} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu^2}{\rho T^2} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right) + \frac{1}{3} \frac{K_5}{\sqrt{\text{Re}^3}} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu^2}{\rho T} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 \right). \end{aligned} \quad (16)$$

Уравнение энергии

$$\begin{aligned} \text{Sh} \cdot \rho \frac{\partial h}{\partial \tau} + \rho U \frac{\partial h}{\partial x} + \rho V \frac{\partial h}{\partial y} = & 2Eu \left(\text{Sh} \frac{\partial P}{\partial \tau} + U \frac{\partial P}{\partial x} + V \frac{\partial P}{\partial y} \right) + \frac{1}{\text{RePr}} \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \\ & + \frac{4\theta_2}{\text{Re}^2} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu^2}{\rho T} \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu^2}{\rho T} \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right] + \frac{1}{\text{Pr}} \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \\ & + \frac{4\theta_2}{\text{Re}} \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu^2}{\rho T} \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu^2}{\rho T} \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial y} \right) \right] + \frac{8\mu}{3\text{Re}} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 \right] + \\ & + \frac{2\mu}{\text{Re}^2} \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 + 2\mu \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 - \frac{4\mu}{\text{Re}} \left(2 \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial x} \right) - \\ & - \frac{2K_3\mu^2}{\text{Re}^2 \rho T} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \left(\frac{2}{3} \frac{\partial U}{\partial x} - \frac{1}{3} \frac{\partial V}{\partial y} \right) + \frac{2K_3\mu^2}{\text{Re} \rho T} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \left(\frac{1}{3} \frac{\partial U}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial V}{\partial y} \right) - \\ & - \frac{2K_3\mu^2}{\text{Re}^2 \rho T} \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y} \left(\text{Re} \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) - \frac{2K_5\mu^2}{\text{Re}^2 \rho T^2} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 \left(\frac{2}{3} \frac{\partial U}{\partial x} - \frac{1}{3} \frac{\partial V}{\partial y} \right) + \\ & + \frac{2K_5\mu^2}{\text{Re} \rho T^2} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \left(\frac{1}{3} \frac{\partial U}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial V}{\partial y} \right) - \frac{2K_5\mu^2}{\text{Re}^2 \rho T^2} \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} \left(\text{Re} \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \end{aligned} \quad (17)$$

$$+2 \frac{Gr}{Re^2} \rho U \beta \Delta T + \frac{2}{Fr} \rho U + Q_v Da_3.$$

Для (14) – (17) использовались следующие обозначения: U, V – скорости в направлении осей x и y (рис. 4); h – удельная энтальпия; g – ускорение свободного падения; β – коэффициент объемного расширения; Sh, Pr, Re, Gr, Fr, Eu – безразмерные критерии подобия Струхала, Прандтля, Рейнольдса, Грасгофа, Фруда, Эйлера соответственно. $Da_3 = Q_{v0} L / (\rho_0 U_0 h_0)$ – число Дамкелера, определяемое как отношение притока тепла за счет реакции деления к притоку тепла за счет конвекции. Масштабными множителями (обозначены индексом «0») выбирались значения параметров на входе в реактор. Величина Q_{v0} выбирается по среднему значению истинного энерговыделения. Уравнения (14) – (17) учитывают влияние и работу подъемной силы и силы тяжести.

Выбор декартовой системы координат обусловлен более простой формой записи уравнений (14) – (17). В дальнейшем запись будет вестись в цилиндрических координатах.

Переходя в (14) – (17) к пределу $Re \rightarrow \infty$ и отбрасывая все «вязкие» слагаемые, содержащие производные в продольном (маршевом) направлении движения теплоносителя [20], получим полностью параболизированную систему дифференциальных уравнений, описывающих

– закон сохранения массы (индекс $i = 0$ и 1 для декартовой и цилиндрической систем координат соответственно)

$$Sh \frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial (y^i \rho U)}{\partial x} + \frac{\partial (y^i \rho V)}{\partial y} = 0; \quad (18)$$

– перенос импульса в вертикальном направлении

$$Sh \rho \frac{\partial U}{\partial \tau} + \rho U \frac{\partial U}{\partial x} + \rho V \frac{\partial U}{\partial y} = -Eu \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{y^i} \frac{\partial}{\partial y} \left(y^i \mu \frac{\partial U}{\partial y} \right) - \frac{Gr}{Re^2} \rho \beta \Delta T + \frac{\rho}{Fr}; \quad (19)$$

– перенос импульса в поперечном направлении

$$Sh \rho \frac{\partial V}{\partial \tau} + \rho U \frac{\partial V}{\partial x} + \rho V \frac{\partial V}{\partial y} = -Eu Re \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{4}{3} \frac{1}{y^i} \frac{\partial}{\partial y} \left(y^i \mu \frac{\partial V}{\partial x} \right) - \frac{2K_3}{3} \frac{1}{y^i} \frac{\partial}{\partial y} \left(y^i \frac{\mu^2}{\rho T} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) - \frac{2K_5}{3} \frac{1}{y^i} \frac{\partial}{\partial y} \left[y^i \frac{\mu^2}{\rho T^2} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right]; \quad (20)$$

– закон сохранения и превращения энергии

$$Sh \rho \frac{\partial h}{\partial \tau} + \rho U \frac{\partial h}{\partial x} + \rho V \frac{\partial h}{\partial y} = 2Eu U \frac{\partial P}{\partial x} + 2Eu V \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{1}{y^i} \frac{\partial}{\partial y} \left(y^i \frac{\lambda}{Pr} \frac{\partial T}{\partial y} \right) + 2\mu \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 + 2 \frac{Gr}{Re^2} \rho U \beta \Delta T + \frac{2}{Fr} \rho U + Q_v Da_3. \quad (21)$$

Система уравнений (18) – (21) дополняется начальными и граничными условиями. Граничные условия при $y^i = 0$:

$$\frac{\partial U}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial V}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial h}{\partial y} = 0;$$

при $y^i = R_{a.3}$:

$$U = 0; \quad V = 0; \quad -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha (T - T_w).$$

Начальные условия: $x = 0$; $U = \text{const}$; $T = \text{const}$; $h = \text{const}$; $V = 0$.

Здесь T_w – температура стенки аппаратной выгородки; α – коэффициент теплообмена стенка-жидкость.

Отметим некоторые особенности системы уравнений (18 – 21). По сравнению с «классическими» уравнениями пограничного слоя [20] эта система уравнений в явной форме включает в себя уравнение для поперечной скорости и, следовательно, позволяет учесть межкассетные и межъячейковые поперечные перетечки теплоносителя. Уравнение (20) содержит слагаемые, учитывающие барнеттовские вклады в общий баланс количества движения.

Полученную систему уравнений легко обобщить на случай турбулентных течений, применяя процедуру осреднения по Рейнольдсу или Фавру. Вычислить коэффициенты турбулентного обмена и теплоотдачи можно с использованием какой-либо подходящей модели турбулентности.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ В НЕЛИНЕЙНОЙ ОРТОГОНАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ

Даже после выполненных упрощений и преобразований система уравнений (18) – (21) остается достаточно сложной для решения. Можно еще более упростить математическую формулировку задачи и, следовательно, сократить время ее решения, если перейти к обобщенному нелинейному преобразованию типа преобразования Прандтля-Мизеса. К преимуществам этого преобразования можно отнести

- возможность расчетно-экспериментального обоснования коэффициентов турбулентного переноса и теплоотдачи, что представляется наиболее важным при моделировании турбулентных неизотермических течений;
- наличие хорошо отработанных на практике методов численного решения нелинейных уравнений теплопроводности [21, 22];
- исключение из уравнений конвективного члена с поперечной составляющей скорости, являющегося источником численной неустойчивости [22, 23];
- уменьшение общего числа решаемых уравнений;
- снижение стоимости расчета за счет уменьшения числа арифметических операций, необходимых на один шаг по маршевой координате;
- возможность разработки тестовой задачи при небольших физических и математических упрощениях рассматриваемых процессов.

Наибольшей сложностью при решении уравнений (18) – (21) является вычисление величин градиентов давления в продольном и поперечном направлениях. Расчет их величин можно выполнить, если считать, что перепад давления обусловлен продольным и поперечным сопротивлением пучка стержней и местными сопротивлениями на дистанционирующих решетках на входе и выходе из ТВС.

Используя эти физические соображения и выражения для потерь на трение и местные сопротивления

$$\Delta P_L = \lambda_n \frac{L_1}{d_r} \frac{\rho U^2}{2}, \quad \Delta P_M = \sum_i \zeta_i \frac{\rho U^2}{2},$$

можно записать, что

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \left(\frac{\lambda_n}{d_r} + \frac{1}{dx} \sum_i \zeta_i \right) \frac{\rho U^2}{2}, \quad \frac{\partial P}{\partial y} = \left(\frac{1}{dy} \sum_i \zeta_i \right) \frac{\rho U^2}{2}.$$

В этих выражениях ΔP_L – перепад давления за счет действия сил трения; ΔP_M – перепад давления на местные сопротивления (вход в ТВС, выход из ТВС, дистанционирующие решетки и т.д.); λ_n – коэффициент сопротивления трения для пучка стержней;

d_r – гидравлический диаметр элементарной ячейки; ζ – коэффициент местного сопротивления.

Далее для простоты рассмотрим стационарный случай работы энергетической установки, поскольку эта ситуация является типичной при работе энергоблока на мощности. Исходные уравнения (18) – (21) при этом упрощаются, поскольку $Sh = 0$.

Введём функцию тока, тождественно удовлетворяя уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = -y^i \rho V, \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = -y^i \rho U. \quad (22)$$

Введём новую продольную координату

$$\xi \equiv x. \quad (23)$$

Тогда формулы перехода к новым координатам будут иметь вид

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \xi} - y^i \rho V \frac{\partial}{\partial \psi}; \quad (24)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial y} = y^i \rho U \frac{\partial}{\partial \psi}; \quad (25)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial}{\partial y} \right) = y^i \rho U \frac{\partial}{\partial \psi} \left(y^i \rho U \frac{\partial}{\partial \psi} \right). \quad (26)$$

Выполняя переход к новым независимым переменным с учетом (22) – (26) и вводя обозначения

$$z^2 = 2 \int_0^y \frac{\partial \psi}{\rho U}, \quad z = \sqrt{2 \int_0^y \frac{\partial \psi}{\rho U}},$$

$$\frac{\partial h}{\partial \xi} = Eu U^2 \left(\frac{\lambda}{d_r} + \frac{1}{d \xi} \sum_j \zeta_j \right) + Eu z \rho V^3 \left(\frac{1}{d \psi} \sum_j \zeta_j \right) +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\frac{\lambda}{Pr} \rho U z^2 \frac{\partial T}{\partial \psi} \right) + 2 z \mu \rho U \left(\frac{\partial U}{\partial \psi} \right)^2 + 2 \frac{Gr}{Re^2} \beta \Delta T + \frac{2}{Fr} + \frac{Q_v Da_3}{\rho U},$$

получим

– уравнение переноса импульса в вертикальном направлении ξ

$$\frac{\partial U}{\partial \xi} = - \frac{Eu}{2} U \left(\frac{\lambda}{d_r} + \frac{1}{d \xi} \sum_i \zeta_i \right) + \frac{\partial}{\partial \psi} \left(z^2 \mu \rho U \frac{\partial U}{\partial \psi} \right) - \frac{Gr}{Re^2} \frac{\beta \Delta T}{U} + \frac{1}{U} \frac{1}{Fr}; \quad (27)$$

– уравнение переноса импульса в направлении ψ

$$\frac{\partial V}{\partial \xi} = -Eu Re \left(\frac{1}{d \psi} \sum_j \zeta_j \right) \frac{z \rho V^2}{2} + \frac{4}{3} \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\mu \rho U z^2 \frac{\partial V}{\partial \psi} \right) -$$

$$- \frac{2K_3}{3} \frac{\partial}{\partial \psi} \left[\frac{\mu^2 U}{T} z^2 \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\rho U z \frac{\partial T}{\partial \psi} \right) \right] - \frac{2K_5}{3} \frac{\partial}{\partial \psi} \left[\frac{\rho \mu^2 U^2}{T^2} z^3 \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\frac{\partial T}{\partial \psi} \right)^2 \right]; \quad (28)$$

– уравнение энергии

$$\frac{\partial h}{\partial \xi} = Eu U^2 \left(\frac{\lambda}{d_r} + \frac{1}{d \xi} \sum_j \zeta_j \right) + Eu z \rho V^3 \left(\frac{1}{d \psi} \sum_j \zeta_j \right) +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\frac{\lambda}{Pr} \rho U z^2 \frac{\partial T}{\partial \psi} \right) + 2 z \mu \rho U \left(\frac{\partial U}{\partial \psi} \right)^2 + 2 \frac{Gr}{Re^2} \beta \Delta T + \frac{2}{Fr} + \frac{Q_v Da_3}{\rho U}. \quad (29)$$

Система уравнений (27) – (29) дополняется начальными и граничными условиями. Граничные условия при $\psi = 0$:

$$\frac{\partial U}{\partial \psi} = 0; \quad \frac{\partial V}{\partial \psi} = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial \psi} = 0; \quad \frac{\partial h}{\partial \psi} = 0;$$

при $\psi = \Psi_{a.з.}$:

$$U = 0; \quad V = 0; \quad -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha(T - T_{\infty}).$$

Начальные условия: $\xi = 0$; $U = \text{const}$; $T = \text{const}$; $h = \text{const}$; $V = 0$.

Таким образом, решая систему уравнений (27) – (29) можно получить все искомые параметры потока.

Полученную систему уравнений можно обобщить на случай турбулентных течений с помощью упомянутой выше процедуры осреднения, а затем выполнить аналогичные выкладки с введением функции тока и сменой системы координат. Принципиальных сложностей этот переход не представляет.

ВЫВОДЫ

На основе анализа физических особенностей течения теплоносителя в активных зонах реакторных установок IV поколения сделан вывод, что классические уравнения Навье-Стокса не позволяют в полном объеме описать процессы теплообмена в установках со сверхкритическими параметрами. Высказано предположение, что наиболее адекватно теплообмен можно описать с использованием уравнений Барнетта. На основании оценки величин слагаемых, входящих в уравнения Барнетта, выполнено их упрощение. Исходная система уравнений была сведена к параболическому виду. Ее отличие от классического подхода, основанного на приближении пограничного слоя, заключается в появлении уравнения для поперечной составляющей скорости и слагаемых, учитывающих эффект термоконвекции в тензоре напряжений. Дальнейшее упрощение математической формулировки задачи было выполнено на основе применения нелинейного преобразования координат, позволившего свести исходную систему уравнений конвективного теплообмена к системе уравнений типа уравнений теплопроводности. Полученная система уравнений Барнетта и параболизированная система уравнений Барнетта легко обобщается на случай турбулентных течений применением процедуры осреднения по Рейнольдсу или Фавру. Задача выбора замыкающих соотношений для расчета турбулентных составляющих тензора напряжений и потоков тепла может быть решена с привлечением данных эксперимента.

Литература

1. Generation IV International Forum SCWR System Steering Committee, «Generation IV Nuclear Energy Systems System Research Plan for the Supercritical Water-cooled Reactor», Rev. 0. – 2007.
2. Кириллов П.Л. Сверхкритические параметры “будущее реакторов с водным теплоносителем и АЭС. Обзор. // Атомная техника за рубежом. – 2001. – № 6. – С. 3-8.
3. Баранаев Ю.Д., Кириллов П.Л., Поплавский В.М., Шарпов В.Н. Ядерные реакторы на воде сверхкритического давления. // Атомная энергия. – 2004. – Т. 96. – Вып. 5. – С. 374-380.
4. Курганов В.А., Зейгарник Ю.А., Яньков Г.Г., Маслакова И.В. Теплообмен и сопротивление в трубах при сверхкритических давлениях теплоносителя: Итоги научных исследований и практические рекомендации. – М.: Печатный салон «Шанс», 2018. – 304 с.
5. Курганов В.А., Маслакова И.В. Нормальная и ухудшенная теплоотдача при нагревании в трубах турбулентных потоков теплоносителей с переменными физическими

свойствами. // Теплофизика высоких температур. – 2016. – Т. 54. – Вып. 4. – С. 609-631. DOI: <https://doi.org/10.7868/S0040364416040141>.

6. *Anand S., Suresh S., Santhosh Kumar D.* Numerical investigation of supercritical heat transfer of water flowing in vertical and horizontal tube with emphasis of gravity effect // Journal of Thermal Engineering. – 2020. – Vol. 7. – No. 6. – PP. 1541-1555. DOI: <https://doi.org/10.18186/thermal.991098>.

7. Теплообмен и сопротивление в трубах при сверхкритических давлениях теплоносителя: Итоги научного исследования и практические рекомендации. / Научно-технический отчет под ред. Курганова В.А. – М.: ОИВТ РАН, 2010. – 228 с.

8. *Шицман М.Е.* Ухудшенные режимы теплоотдачи при закритических давлениях. // Теплофизика высоких температур. – 1963. – Т. 1. – Вып. 2. – С. 267-275.

9. *Шицман М.Е.* Особенности температурного режима в трубах при сверхкритических давлениях. // Теплоэнергетика. – 1968. – № 5. – С. 57-61.

10. *Коган Н.М.* Динамика разреженного газа. – М.: Наука, 1967. – 440 с.

11. *Lumpkin F.E., Chapman D.R.* Accuracy of the Burnett Equations for Hypersonic Real Gas Flow. // AIAA Paper. – 1991. – No. 0171. – P. 17.

12. *Галкин В.С., Коган М.Н., Фридендер О.Г.* О некоторых кинетических эффектах в течениях сплошной среды. // Известия АН СССР. МЖГ. – 1970. – № 3. – С. 13-21.

13. *Галкин В.С., Коган М.Н., Фридендер О.Г.* О свободной конвекции в газе в отсутствии внешних сил. // Известия АН СССР. МЖГ. – 1971. – № 3. – С. 98-107.

14. *Драгунов Ю.Г., Рыжов С.Б., Васильченко И.Н., Кобелев С.Н., Вьялицин Н.Н.* Проект активной зоны для РУ АЭС-2006. / Материалы V Международной конференции «Обеспечение безопасности АЭС с ВВЭР». – Подольск: ФГУП ОКБ «Гидропресс», 2006. – С. 1-11.

15. *Авдеев Е.Ф., Чусов И.А.* Интегральный подход к расчету гидродинамики и температурных полей теплоносителя в реакторах корпусного типа с бесчехловыми ТВС. Т. 1. – М.: МЭИ., 1998. – С. 139-142.

16. *Авдеев Е.Ф., Чусов И.А., Карпенко А.А.* Разработка интегрального подхода для расчета тепловых полей и гидродинамики теплоносителя в реакторах корпусного типа с бесчехловыми ТВС. / Тезисы докладов Международного конгресса «Энергетика-3000» 16-20 окт., 2000 г. – С. 88.

17. *Авдеев Е.Ф., Чусов И.А., Карпенко А.А.* Интегральная модель расчета теплогидравлических параметров теплоносителя в активной зоне реакторов корпусного типа с неочехленными ТВС. // Известия вузов. Ядерная энергетика. – 2004. – № 3. – С. 79-89. Электронный ресурс: <https://static.nuclear-power-engineering.ru/journals/2004/03.pdf> (дата доступа 10.02.2023).

18. *Самойлов А.Г.* Тепловыделяющие элементы ядерных реакторов. – М.: Атомиздат, 1985. – 222 с.

19. *Самойлов А.Г., Волков В.С., Солонин М.И.* Тепловыделяющие элементы ядерных реакторов. – М.: Энергоатомиздат, 1996. – 398 с.

20. *Лопин Ю.В., Стрелец М.Х.* Внутренние течения газовых смесей. – М.: Наука, 1989. – 368 с.

21. *Роуч П.* Вычислительная гидродинамика. – М.: Мир. – 1980. – 612 с.

22. *Ши Д.* Численные методы в задачах теплообмена. – М.: Мир. – 1988. – 544 с. ISBN 5-03-001215-X.

23. *Андерсон Д., Танненхил Дж., Плетчер Р.* Вычислительная гидромеханика и теплообмен. В двух томах. – М.: Мир, 1990.

Поступила в редакцию 13.02.2023 г.

Автор

Чусов Игорь Александрович, главный специалист, начальник ресурсного центра, профессор, д.т.н.,
E-mail: igrch@mail.ru

A Model of the Coolant Flow in Supercritical Nuclear Reactors Based on the Highest Approximations of the Chapman-Enskog Method

Chusov I.A.^{*,**}

* ОКБ Гидропресс JSC

21 Ordzhonikidze Str., 142100 Podolsk, Moscow Reg., Russia

** IATE МЭФН

1 Studgorodok, 249039 Obninsk, Kaluga Reg., Russia

ABSTRACT

Among a number of the reactor types, identified by the international GIF-IV program as advanced facilities, the most promising concept is that of a supercritical reactor plant. Close consideration is given to reactors of this type due to the possibility of obtaining a higher efficiency, as compared with the PWR-type reactor facility, thanks to improving the reactor's operating parameters (higher in-core temperature and pressure) and using the supercritical Brayton cycle instead of the Rankine cycle. The supercritical coolant flow in the reactor flow area is characterized by the fact that the change in the flow enthalpy is much greater than the characteristic value of kinetic energy. Besides, the flow in the reactor core flow area is accompanied by a major change in the thermophysical properties of the coolant. The coolant flow is realized in conditions for the parametric Knudsen and Reynolds numbers, $Kn \rightarrow 0$, $Re \gg O(1)$. With such values of the mode parameters, the Burnett terms in the momentum equation have the same order as the Navier-Stokes terms, and, in the event of turbulent flows, the same order as the «apparent» Reynolds turbulence stresses.

Reducing molecular kinetic equations to macroscopic equations is one of the fundamental problems in continuum mechanics. At the present time, this procedure uses the classical Chapman-Enskog approach to resolving the Boltzmann-Maxwell kinetic equation. The final result of using the method is a chain of Euler equations, Navier-Stokes equations, higher approximation equations (Burnett equations, super-Burnett approximation), etc. The proposed model is based on taking into account the contribution of the Burnett terms to the overall balance of forces and their work in transfer equations. The terms, taking into account the thermal convection effects, are introduced to the stress tensor, based on the Chapman-Enskog method. The most general form of initial equations and their parabolized form are presented, which allow taking into account the transverse overflows in fuel assemblies, the effects of gravity and the buoyancy force that acts on the coolant. A method has been proposed for simplifying initial equations based on using the Prandtl-Mises transformation. The transformation makes it possible to simplify considerably the initial equations and reduce these to an equation of the heat conductivity equation type.

Key words: nuclear reactor, Burnett equations, transverse leakage, coolant flow method, Chapman-Enskog method, parabolic equation, nonlinear orthogonal transformation.

Chusov I.A. A Model of the Coolant Flow in Supercritical Nuclear Reactors Based on the Highest Approximations of the Chapman-Enskog Method. *Izvestiya vuzov. Yadernaya Energetika*. 2023, no. 2, pp. XX-XX; DOI: <https://doi.org/10.26583/npe.2023.2.xx> (in Russian).

REFERENCES

1. Generation IV International Forum SCWR System Steering Committee. *Generation IV Nuclear Energy Systems System Research Plan for the Supercritical Water-cooled Reactor*, Rev. 0. 2007.
2. Kirillov P.L. Supercritical Parameters are the Future of Water-cooled Reactors and Nuclear Power Plants. Review. *Atomnaya Tekhnika za Rubezhom*. 2001, no. 6, pp. 3-8 (in Russian).
3. Baranaev Yu.D., Kirillov P.L., Poplavskij V.M., Sharapov V.N. Supercritical Pressure Water Nuclear Reactors. *Atomic Energy*. 2004, v. 96, pp. 345-351; DOI: <https://doi.org/>

- 10.1023/B:ATEN.0000038101.90666.da .
4. Kurganov V.A., Zejgarnik Yu.A., Yan'kov G.G., Maslakova I.V. *Heat Transfer and Resistance in Pipes at Supercritical Coolant Pressures: Results of Scientific Research and Practical Recommendations*. Moscow. Pechatny salon Shans Publ., 2018, 304 p. (in Russian).
 5. Kurganov V.A., Maslakova I.V. Normal and Degraded Heat Transfer During Heating in Pipes of Turbulent Flows of Heat Carriers with Variable Physical Properties. *Teplofizika Vysokih Temperatur*. 2016, v. 54, iss. 4, pp. 609-631; DOI: <https://doi.org/10.1134/S0018151X16040131> (in Russian).
 6. Anand S., Suresh S., Santhosh Kumar D. Numerical Investigation of Supercritical Heat Transfer of Water Flowing in Vertical and Horizontal Tube with Emphasis of Gravity Effect. *Journal of Thermal Engineering*. 2020, v. 7, no. 6, pp. 1541-1555; DOI: <https://doi.org/10.18186/thermal.991098>.
 7. *Heat Transfer and Resistance in Pipes at Supercritical Coolant Pressures: Results of Scientific Research and Practical Recommendations*. Scientific and Technical Report. Ed. Kurganov V.A. Moscow. OIVTRAN Publ., 2010, 228 p. (in Russian).
 8. Shitsman M.E. Degraded Heat Transfer Modes at Supercritical Pressures. *Teplofizika Vysokih Temperatur*. 1963, v. 1, no. 2, pp. 267-275 (in Russian).
 9. Shitsman M.E. Features of the Temperature Regime in Pipes at Supercritical Pressures. *Teploenergetika*. 1968, no. 5, pp. 57-61 (in Russian).
 10. Kogan N.M. *Dynamics of a Rarefied Gas*. Moscow. Nauka Publ., 1967, 440 p. (in Russian).
 11. Lumpkin F.E., Chapman D.R. Accuracy of the Burnett Equations for Hypersonic Real Gas Flow. *AIAA Paper*. 1991, no. 0171, p. 17.
 12. Galkin V.S., Kogan M.N., Fridlender O.G. On Some Kinetic Effects in Continuum Flows. *Izvestiya AN SSSR. MZhG*. 1970, no. 3, pp. 13-21 (in Russian).
 13. Galkin V.S., Kogan M.N., Fridlender O.G. About Free Convection in Gas in the Absence of External Forces. *Izvestiya AN SSSR. MZhG*. 1971, no. 3, pp. 98-107 (in Russian).
 14. Dragunov Yu.G., Ryzhov S.B., Vasil'chenko I.N., Kobelev S.N., V'yalitsin N.N. The Project of the Core for RU NPP-2006. *Proc. of the V-th Int. Conf. «Obespechenie bezopasnosti AES s VVER»*. Podol'sk. FGUP Hidroress O'KB Publ., 2006, pp. 1-11 (in Russian).
 15. Avdeev E.F., Chusov I.A. *An Integral Approach to the Calculation of Hydrodynamics and Temperature Fields of the Coolant in Shell-type Reactors with Shell-less Fuel Assemblies*. Vol. 1. Moscow. MEI Publ., 1998, pp. 139-142 (in Russian).
 16. Avdeev E.F., Chusov I.A., Karpenko A.A. Development of an Integral Approach for Calculating Thermal Fields and Coolant Hydrodynamics in Shell-type Reactors with Shell-less Fuel Assemblies. *Proc. of the Intern. Congress «Energetika-3000»*, Oct. 16-20, 2000, p. 88 (in Russian).
 17. Avdeev E.F., Chusov I.A., Karpenko A.A. An Integral Model for Calculating the Thermohydraulic Parameters of a Coolant in the Core of Hull-type Reactors with Uncoated Fuel Assemblies. *Izvestia Vysshikh Uchebnykh Zawedeniy. Yadernaya Energetika*. 2004, no. 3, pp. 79-89. Available at: <https://static.nuclear-power-engineering.ru/journals/2004/03.pdf> (accessed Feb. 10, 2023) (in Russian).
 18. Samoylov A.G. *Fuel Elements of Nuclear Reactors*. Moscow. Atomizdat Publ., 1985, 222 p. (in Russian).
 19. Samoylov A.G., Volkov V.S., Solonin M.I. *Fuel Elements of Nuclear Reactors*. Moscow. Energoatomizdat Publ., 1996, 398 p. (in Russian).
 20. Lapin Yu.V., Strelets M.H. *Internal Flows of Gas Mixtures*. Moscow. Nauka Publ., 1989, 368 p. (in Russian).
 21. Rouch P. *Fundamentals of Computational Fluid Dynamics*. Hermosa Pub., 1998, 648 p.
 22. Shih Tien-Mo. *Numerical Heat Transfer*. Moscow. Mir Publ., 1988, 544 p. ISBN 5-03-001215-X (in Russian).
 23. Anderson D., Tannenhil J., Pletcher R. *Computation Fluid Mechanics and Heat Transfer*. Hemisphere Publishing Corp., 1984, 794 p. ISBN 5-03-001928-6.

Author

Igor A. Chusov, Chief Specialist, Head of Resources Center, Professor, Dr. Sci. (Engineering)
E-mail: igrch@mail.ru