

ПРОВЕРКА ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ВАРИАЦИОННОГО МЕТОДА ДЛЯ ОЦЕНКИ ПОГРЕШНОСТЕЙ ЯДЕРНЫХ КОНЦЕНТРАЦИЙ В ЗАДАЧЕ ВЫГОРАНИЯ

В.В. Колесов, А.Н. Писарев

НИЦ «Курчатовский институт»

123182, Москва, пл. Академика Курчатова, 1

Р

С 1990-х гг. были разработаны различные системы расчета выгорания топлива, объединяющие программный код для решения уравнения переноса нейтронов и программный код выгорания. Эти численные методы приемлемы для расчета изотопного состава топлива. Тем не менее, для обеспечения достоверности результатов в настоящее время необходимо, чтобы результаты расчетов реакторов с помощью программных кодов сопровождалась оценкой всех составляющих погрешностей, так как это напрямую влияет на эффективность, экономичность и безопасность проектируемой реакторной установки. Перенос погрешностей во входных параметрах задачи выгорания топлива (плотность потока нейтронов, скорости реакций и т.д.) на получаемые в процессе расчетов ядерные концентрации исследовался в ряде работ. В предлагаемой работе решалась модельная задача изменения во времени ядерных концентраций двух нуклидов (^{240}Pu и ^{241}Pu) и оценивались их погрешности при задании погрешностей в плотности потока нейтронов и в сечении радиационного захвата ^{241}Pu . Сравнивались результаты, полученные аналитически, и результаты численных расчетов по программе VisualBurnOut. Аналитические результаты для погрешностей концентраций рассчитывались через коэффициенты чувствительности, а в программе VisualBurnOut использовался метод вариации исходных данных, в иностранной литературе именуемый «1% sensitivity method», в основе которого лежит варьирование величин, заданных с погрешностями и расчет соответствующего отклика. Наблюдается практическое совпадение результатов, полученных с помощью обоих методов. Также в работе исследовалась зависимость погрешности ядерных концентраций от числа шагов по выгоранию.

Ключевые слова: выгорание топлива, ядерные концентрации, погрешности ядерных концентраций, вариационный метод.

Колесов В.В., Писарев А.Н. Проверка возможности использования вариационного метода для оценки погрешностей ядерных концентраций в задаче выгорания. // Известия вузов. Ядерная энергетика. – 2023. – № 1. – С. 153-161. DOI: <https://doi.org/10.26583/npe.2023.1.13> .

ВВЕДЕНИЕ

Прецизионные расчеты выгорания особенно актуальны при анализе ядерной и радиационной безопасности объектов с ОЯТ и использовании новых топливных композиций в реакторах нового поколения. Неотъемлемой частью исследований, направленных на обоснование ядерной безопасности реакторных установок, является оценка погрешностей исходных данных и погрешностей получаемых результатов [1 – 10]. Некорректный учет погрешностей в исходных данных при обосновании ядерной безопасности может привести, например, к некорректной оценке достаточности эффективности рабочих органов системы управления и защиты, неправильному определению запасов реактивности в различных состояниях реактора и другим негативным последствиям. Объективная сложность получения экспериментальных данных об изотопном составе облученного топлива требует при решении задач изотопной кинетики применения усовершенствованных математических методов, обеспечивающих гарантированную погрешность результатов, и разработку специализированных бенчмарк-расчетов.

Знание погрешностей в ядерных концентрациях продуктов деления и актинидов необходимы в нескольких приложениях в ядерной науке и технике, особенно для недавних исследований в области разработок методологии ядерной судебной экспертизы [11 – 16]. Концентрация различных продуктов деления и актинидов является важной величиной, которую необходимо определять для управления использованным ядерным топливом и для отслеживания ядерных материалов. Таким образом, определение погрешностей в ядерных концентрациях в расчетах выгорания является предметом интереса при оценке ядерной безопасности, физической безопасности и гарантий.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для верификации расчетов погрешностей (далее под погрешностями будем понимать среднеквадратичные отклонения) в ядерных концентрациях, полученных программой VisualBurnOut [10] с использованием вариационного метода, рассмотрим следующую модельную задачу. Будем рассматривать только деление и радиационный захват двух нуклидов – ^{240}Pu и ^{241}Pu . Тогда система дифференциальных уравнений для выгорания примет вид

$$\begin{aligned} \frac{dN_{40}(t)}{dt} &= -\sigma_c^{40}\Phi N_{40}(t) - \sigma_f^{40}\Phi N_{40}(t), \\ \frac{dN_{41}(t)}{dt} &= -\sigma_c^{41}\Phi N_{41}(t) - \sigma_f^{41}\Phi N_{41}(t) + \sigma_c^{40}\Phi N_{40}(t), \end{aligned} \quad (1)$$

где

$N_{40}(0) = 6 \cdot 10^{20}$ ядер/см³ – начальная ядерная концентрация Pu-240;
 $N_{41}(0) = 2.5 \cdot 10^{20}$ ядер/см³ – начальная ядерная концентрация Pu-241;
 $\sigma_c^{40} = 15.06$ барн, $\sigma_f^{40} = 0.62$ барн – сечения захвата и деления ^{240}Pu ;
 $\sigma_c^{41} = 5.32$ барн, $\sigma_f^{41} = 17.01$ барн – сечения захвата и деления ^{241}Pu ;
 $\Phi = 5 \cdot 10^{14}$ с⁻¹см⁻² – плотность потока нейтронов.

Решение этой системы может быть найдено аналитически:

$$\begin{aligned} N_{40}(t) &= N_{40}^0 \exp[-(\sigma_c^{40} + \sigma_f^{40})\Phi t], \\ N_{41}(t) &= N_{41}^0 \exp[-(\sigma_c^{41} + \sigma_f^{41})\Phi t] + \frac{\sigma_c^{40} N_{40}^0}{\sigma_c^{41} + \sigma_f^{41} - \sigma_c^{40} - \sigma_f^{40}} \times \\ &\times \left\{ \exp[-(\sigma_c^{40} + \sigma_f^{40})\Phi t] - \exp[-(\sigma_c^{41} + \sigma_f^{41})\Phi t] \right\}. \end{aligned} \quad (2)$$

Коэффициенты чувствительности по отношению к плотности потока нейтронов представляют собой производные:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_{40}(t)}{\partial \Phi} &= -N_{40}^0(\sigma_c^{40} + \sigma_f^{40})t \cdot \exp[-(\sigma_c^{40} + \sigma_f^{40})\Phi t], \\ \frac{\partial N_{41}(t)}{\partial \Phi} &= -N_{41}^0(\sigma_c^{41} + \sigma_f^{41})t \cdot \exp[-(\sigma_c^{41} + \sigma_f^{41})\Phi t] + \frac{\sigma_c^{40} N_{40}^0 t}{\sigma_c^{41} + \sigma_f^{41} - \sigma_c^{40} - \sigma_f^{40}} \times \\ &\times \left\{ -(\sigma_c^{40} + \sigma_f^{40}) \exp[-(\sigma_c^{40} + \sigma_f^{40})\Phi t] + (\sigma_c^{41} + \sigma_f^{41}) \exp[-(\sigma_c^{41} + \sigma_f^{41})\Phi t] \right\}. \end{aligned} \quad (3)$$

Тогда относительные среднеквадратичные отклонения ядерных концентраций могут быть вычислены на основании линейной теории возмущений как коэффициенты чувствительности к плотности потока нейтронов, умноженные на среднеквадратичное отклонение плотности потока нейтронов:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_{40}(t) \Delta \Phi \cdot 100\%}{\partial \Phi N_{40}(t)}, \\ \frac{\partial N_{41}(t) \Delta \Phi \cdot 100\%}{\partial \Phi N_{41}(t)}. \end{aligned} \quad (4)$$

С другой стороны, на основании вариации плотности потока нейтронов $\Phi \pm \Delta \Phi$ с помощью программы VisualBurnOut оценивались те же величины.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Были проведены сравнительные расчеты ядерных концентраций и их среднеквадратичных отклонений в процессе выгорания для описанной выше модельной задачи, обусловленных среднеквадратичным отклонением в плотности потока нейтронов (среднеквадратичное отклонение, равное 3%), с использованием аналитических формул и вариационного метода, в котором плотность потока нейтронов варьировалась в пределах заданного среднеквадратичного отклонения.

В зарубежной литературе такой вариационный метод часто называется «1% sensitivity method», так как при задании среднеквадратичного отклонения, равного 1%, получаем коэффициент чувствительности к соответствующему варьируемому входному параметру модели. При проведении расчетов выполнялся один шаг по выгоранию. Результаты расчетов приведены в табл. 1 и на рис. 1.

Таблица 1

Сравнение результатов аналитического и вариационного методов расчета ядерных концентраций ^{240}Pu и ^{241}Pu и их среднеквадратичных отклонений при задании среднеквадратичного отклонения в плотности потока нейтронов 3%

Дни	Аналитический подход		Расчет по VisualBurnOut	
	N_{40}	N_{41}	N_{40}	N_{41}
50	5.800E20 ± 0.10%	2.570E20 ± 0.08%	5.800E20 ± 0.10%	2.570E20 ± 0.08%
80	5.684E20 ± 0.16%	2.607E20 ± 0.11%	5.684E20 ± 0.16%	2.607E20 ± 0.11%
100	5.607E20 ± 0.20%	2.630E20 ± 0.13%	5.607E20 ± 0.20%	2.630E20 ± 0.13%
200	5.240E20 ± 0.41%	2.724E20 ± 0.17%	5.240E20 ± 0.41%	2.724E20 ± 0.17%
300	4.897E20 ± 0.61%	2.788E20 ± 0.16%	4.897E20 ± 0.61%	2.788E20 ± 0.16%
400	4.576E20 ± 0.81%	2.825E20 ± 0.11%	4.576E20 ± 0.82%	2.825E20 ± 0.11%
500	4.276E20 ± 1.02%	2.839E20 ± 0.02%	4.276E20 ± 1.02%	2.839E20 ± 0.03%

Таблица 1 (продолжение)

Дни	Аналитический подход		Расчет по VisualBurnOut	
	N_{40}	N_{41}	N_{40}	N_{41}
600	$3.997E20 \pm 1.22\%$	$2.835E20 \pm 0.09\%$	$3.997E20 \pm 1.23\%$	$2.835E20 \pm 0.09\%$
700	$3.735E20 \pm 1.42\%$	$2.814E20 \pm 0.21\%$	$3.735E20 \pm 1.43\%$	$2.814E20 \pm 0.22\%$
800	$3.490E20 \pm 1.63\%$	$2.779E20 \pm 0.35\%$	$3.490E20 \pm 1.64\%$	$2.779E20 \pm 0.35\%$
900	$3.262E20 \pm 1.84\%$	$2.732E20 \pm 0.51\%$	$3.262E20 \pm 1.85\%$	$2.732E20 \pm 0.52\%$
1000	$3.048E20 \pm 2.03\%$	$2.677E20 \pm 0.67\%$	$3.048E20 \pm 2.05\%$	$2.677E20 \pm 0.68\%$

Таблица 2

Сравнение результатов аналитического и вариационного методов расчета ядерных концентраций ^{240}Pu и ^{241}Pu и их среднеквадратичных отклонений при задании 3%-й погрешности в сечении радиационного захвата ^{240}Pu

Дни	Аналитический подход		Расчет по VisualBurnOut	
	$\Delta N_{40}, \%$	$\Delta N_{41}, \%$	$\Delta N_{40}, \%$	$\Delta N_{41}, \%$
50	0.03	0.07	0.03	0.07
80	0.05	0.11	0.05	0.11
100	0.07	0.13	0.07	0.13
200	0.13	0.23	0.13	0.23
300	0.20	0.30	0.20	0.30
400	0.25	0.34	0.26	0.35
500	0.33	0.37	0.33	0.38
600	0.38	0.38	0.39	0.40
700	0.45	0.40	0.46	0.42
800	0.51	0.41	0.52	0.43
900	0.57	0.41	0.59	0.43
1000	0.62	0.42	0.65	0.43

Наблюдается практически полное совпадение результатов, полученных с использованием обоих методов, как в расчетах ядерных концентраций, так и в расчетах их среднеквадратичных отклонений. В то время как ядерная концентрация ^{240}Pu монотонно падает, а ее среднеквадратичное отклонение монотонно растет, ядерная концентрация и среднеквадратичное отклонение ^{241}Pu ведут себя более сложным образом. Можно заметить, что в районе 500 дней ядерная концентрация ^{241}Pu испытывает перегиб (сначала растет, а затем начинает падать), а среднеквадратичное отклонение перед перегибом начинает падать (вероятно, из-за уменьшения темпа роста концентрации) и достигает минимума в точке перегиба ядерной концентрации, а за перегибом среднеквадратичное отклонение снова начинает расти.

В таблице 2 приведены сравнительные расчеты погрешностей ядерных концентраций ^{240}Pu и ^{241}Pu , обусловленные среднеквадратичным отклонением в сечении реакции захвата ^{240}Pu ($\Delta\sigma_c^{40}$). От данного сечения зависят оба изотопа, причем

коэффициент чувствительности для ^{241}Pu имеет сложную зависимость, поэтому из-за громоздкости формулы она здесь не представлена.

И здесь наблюдается полное согласие между результатами, полученными с использованием обоих методов.

Исследовалась зависимость погрешности ядерных концентраций от числа шагов по выгоранию. При этом кроме среднеквадратичного отклонения плотности потока нейтронов на каждом следующем шаге учитывались уже рассчитанные среднеквадратичные отклонения ядерных концентраций на предыдущем шаге.

Таблица 3

Влияние размера дополнительных временных интервалов в расчетах выгорания на значения среднеквадратичных отклонений ядерных концентраций в вариационном методе при 3%-м среднеквадратичном отклонении плотности потока нейтронов

Количество разбиений полного временного интервала	20	20	8	8	4	4	2	2	1	1
Промежуточные временные точки для проведения перерасчетов	ΔN_{40}	ΔN_{41}	ΔN_{40}	ΔN_{41}	ΔN_{40}	ΔN_{41}	ΔN_{40}	ΔN_{41}	ΔN_{40}	ΔN_{41}
10	0.02	0.02								
25			0.05	0.04						
50	0.10	0.08	0.10	0.08	0.10	0.08				
100	0.21	0.15	0.20	0.15	0.20	0.14	0.20	0.13		
150	0.31	0.21	0.30	0.21	0.31	0.20				
200	0.41	0.27	0.41	0.26	0.41	0.25	0.41	0.22	0.41	0.17

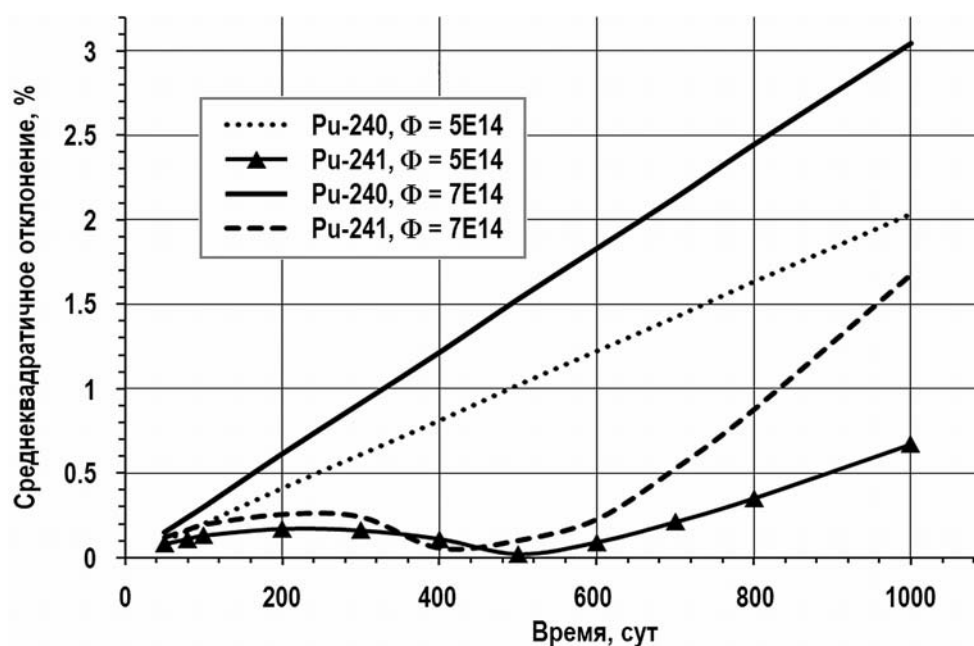


Рис. 1. Зависимость величины среднеквадратичного отклонения ядерных концентраций от величин плотности потока нейтронов Φ

Результаты расчетов приводятся в табл. 3. Из таблицы видно, что среднеквадратичные отклонения ядерных концентраций выходят на асимптотику. Оказалось, что, если среднеквадратичное отклонение ядерной концентрации ^{240}Pu даже за один шаг по времени дает правильный результат, то для ^{241}Pu правильный результат получается только если брать несколько промежуточных временных интервалов.

На рисунке 1 приводится зависимость величины среднеквадратичного отклонения ядерных концентраций для различных значений плотности потока нейтронов с сохранением 3%-го среднеквадратичного отклонения в плотности потока нейтронов. Как видно из рисунка, характер поведения среднеквадратичных отклонений ядерных концентраций остается тем же самым.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании проведенных расчетов можно сделать вывод, что вариационный метод может быть использован для оценки среднеквадратичных отклонений ядерных концентраций в задаче выгорания топлива в зависимости от среднеквадратичных отклонений плотности потока нейтронов и скоростей реакций. Среднеквадратичные отклонения ядерных концентраций могут вести себя сложным образом – их поведение зависит от накопления и выгорания соответствующих нуклидов. Для получения более точных результатов необходимо разбивать полный временной интервал на несколько более мелких шагов по времени, учитывая на каждом шаге среднеквадратичные отклонения уже полученных ядерных концентраций. Среднеквадратичные отклонения при этом выходят на асимптотику.

Литература

1. *Takeda T., Hirokawa N., Noda T.* Estimation of Error Propagation in Monte-Carlo Burnup Calculations. // Nuclear Science and Technology. – 1999. – Vol. 36. – No. 9. – PP. 738-745. DOI: <https://doi.org/10.1080/18811248.1999.9726262>.
2. *Tohjo M., Endo T., Watanabe M., Yamamoto A.* Effect of error propagation of nuclide number densities on Monte Carlo burn-up calculations. // Annals of Nuclear Energy. – 2006. – Vol. 33. – No. 17-18. – PP. 1424-1436. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.anucene.2006.09.010>.
3. *Garcia-Herranz N., Cabellos O., Sanz J., Juan J., Kuijper J.C.* Propagation of statistical and nuclear data uncertainties in Monte Carlo burn-up calculations. // Annals of Nuclear Energy. – 2008. – Vol. 35. – No. 4. – PP. 714-730. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.anucene.2007.07.022>.
4. *Park H.J., Shim H.J., Kim C.H.* Uncertainty Propagation in Monte Carlo Depletion Analysis. // Nuclear Science and Engineering. – 2011. – Vol. 167. – No. 3. – PP. 196-208. DOI: <https://doi.org/10.13182/NSE09-106>.
5. *Rochman D., Koning A.J., da Cruz D.F.* Propagation of $^{235,236,238}\text{U}$ and ^{239}Pu Nuclear Data Uncertainties for a Typical PWR Fuel Element. // Nuclear Technology. – 2012. – Vol. 179. – No. 3. – PP. 323-338. DOI: <https://doi.org/10.13182/NT11-61>.
6. *Newell Q., Sanders C.* Stochastic Uncertainty Propagation in Monte Carlo Depletion Calculations. // Nuclear Science and Engineering. – 2015. – Vol. 179. – No. 3. – PP. 253-263. DOI: <https://doi.org/10.13182/NSE13-44>.
7. *Minamigawa Y., Kitcher E.D., Chirayath S.S.* A Method to Estimate Fission Product Concentration Uncertainty in a Multi-Time-Step MCNP6 Code Nuclear Fuel Burnup Calculation. // Nuclear Technology. – 2019. DOI: <https://doi.org/10.1080/00295450.2019.1624429>.
8. *Писарев А.Н., Колесов В.В.* Исследование переноса неопределенностей в ядерных данных на ядерные концентрации нуклидов в расчетах выгорания. // Известия вузов. Ядерная энергетика – 2020. – №2. – С. 108-121. DOI: <https://doi.org/10.26583/npe.2020.2.10>.
9. *Kolesov V.V., Novichkov A.V., Voznyakevich E.E., Terehova A.M.* Statistical Approach to Estimated Uncertainty of Nuclear Concentration in Problems of Isotope Kinetics. // Proc.

of the XIII-th International Youth Scientific and Practical Conference «FUTURE OF ATOMIC ENERGY AtomFuture 2017». KnE Engineering. – 2017. – PP. 261-267. DOI: <https://doi.org/10.18502/keg.v3i3.1625>.

10. Колесов В.В., Хитрик Д.В., Камаев Д.А. Программа VisualBurnOut. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2009617021. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 9 декабря 2009 г.

11. Kitcher E.D., Osborn J.M., Chirayath S.S. Sensitivity studies on a novel nuclear forensics methodology for source reactor-type discrimination of separated weapons grade plutonium. // Nuclear Engineering and Technology. – 2019. – Vol. 51. – Iss. 5. – PP. 1355-1364. ISSN 1738-5733. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.net.2019.02.019>.

12. Osborn J.M., Kitcher E.D., Burns J.D., Folden C.M. III & Chirayath S.S. Nuclear Forensics Methodology for Reactor-Type Attribution of Chemically Separated Plutonium. // Nuclear Technology. – 2018. – Vol. 201:1. – PP. 1-10. DOI: <https://doi.org/10.1080/00295450.2017.1401442>.

13. Osborn J.M., Glennon K.J., Kitcher E.D., Burns J.D., Folden C.M., Chirayath S.S. Experimental Validation of a Nuclear Forensics Methodology for Source Reactor-Type Discrimination of Chemically Separated Plutonium. // Nuclear Engineering and Technology. – 2019. – Vol. 51. – Iss. 2. – PP. 384-393. ISSN 1738-5733. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.net.2018.11.003>.

14. Swinney M.W., Folden C.M. III, Ellis R.J. & Chirayath S.S. Experimental and Computational Forensics Characterization of Weapons-Grade Plutonium Produced in a Fast Reactor Neutron Environment. // Nuclear Technology. – 2017. – Vol. 197:1. – PP. 1-11. DOI: <https://doi.org/10.13182/NT16-76>.

15. Chirayath S.S., Osborn J.M. & Coles T.M. Trace Fission Product Ratios for Nuclear Forensics Attribution of Weapons-Grade Plutonium from Fast and Thermal Reactors. // Science & Global Security. – 2015. – Vol. 23:1. – PP. 48-67. DOI: <https://doi.org/10.1080/08929882.2015.996079>.

16. Sagadevan A., Chirayath S. Information Driven Safeguards Approach for Remote Monitoring System of Dry Cask Storage. // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. – 2020. – Vol. 954. – 161737. ISSN 0168-9002. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.nima.2018.12.052>.

Поступила в редакцию 31.10.2022 г.

Авторы

Колесов Валерий Васильевич, начальник лаборатории, к.ф.-м.н.

E-mail: valeri-kolesov@yandex.ru

Писарев Александр Николаевич, научный сотрудник

E-mail: a.n.pisarev93@gmail.com

UDC 621.039.51

VERIFICATION OF THE POSSIBILITY TO USE THE VARIATIONAL METHOD FOR ESTIMATING NUCLEAR CONCENTRATION UNCERTAINTIES IN A BURNUP PROBLEM

Kolesov V.V., Pisarev A.N.

Kurchatov Institute NRC

1 Akad. Kurchatov Sq., 123182 Moscow, Russia

ABSTRACT

Since the 1990s, various fuel burnup calculation systems have been developed that combine the program code for solving the neutron transport equation and the program

code for burnup. These numerical methods are acceptable for calculating the isotopic composition of the fuel. However, to ensure the reliability of the results, it is currently necessary that the results of reactor calculations using program codes be accompanied by an assessment of all error components, since this directly affects the efficiency, economy and safety of the designed reactor plant. At present, much attention is paid to assessing the impact of uncertainties in nuclear data on the parameters of various reactor facilities. However, the influence of uncertainties in nuclear data on the main parameters (k_{eff} , reaction rates, etc.) is mainly studied using sensitivity coefficients. The transfer of errors in the input parameters of the fuel burnup problem (neutron flux density, reaction rates, etc.) to the nuclear concentrations obtained in the course of calculations was studied in a number of works. In the proposed work, for a model problem that makes it possible to obtain an analytical solution to the problem of fuel burnup, comparative calculations of nuclear concentrations and their errors, due to the error in the neutron flux density and capture reaction cross sections for ^{240}Pu , were carried out using the analytical approach and the variational method (1% sensitivity method). There is excellent agreement between the results obtained with both methods. Also, the dependence of the error of nuclear concentrations on the number of burnup steps was studied in the work.

Key words: fuel burnup, nuclear concentrations, nuclear concentration uncertainties, variational method.

Kolesov V.V., Pisarev A.N. Verification of the Possibility to Use the Variational Method for Estimating Nuclear Concentration Uncertainties in a Burnup Problem. *Izvestiya vuzov. Yadernaya Energetika*. 2023, no. 1, pp. 153-161; DOI: <https://doi.org/10.26583/npe.2023.1.13> (in Russian).

REFERENCES

1. Takeda T., Hirokawa N., Noda T. Estimation of Error Propagation in Monte-Carlo Burnup Calculations. *Nuclear Science and Technology*. 1999, v. 36, no. 9, pp. 738-745; DOI: <https://doi.org/10.1080/18811248.1999.9726262>.
2. Tohjoh M., Endo T., Watanabe M., Yamamoto A. Effect of Error Propagation of Nuclide Number Densities on Monte Carlo Burn-Up Calculations. *Annals of Nuclear Energy*. 2006, v. 33, no. 17-18, pp. 1424-1436; DOI: <https://doi.org/10.1016/j.anucene.2006.09.010>.
3. Garcia-Herranz N., Cabellos O., Sanz J., Juan J., Kuijper J.C. Propagation of Statistical and Nuclear Data Uncertainties in Monte Carlo Burn-Up Calculations. *Annals of Nuclear Energy*. 2008, v. 35, no. 4, pp. 714-730; DOI: <https://doi.org/10.1016/j.anucene.2007.07.022>.
4. Park H.J., Shim H.J., Kim C.H. Uncertainty Propagation in Monte Carlo Depletion Analysis. *Nuclear Science and Engineering*. 2011, v. 167, no. 3, pp. 196-208; DOI: <https://doi.org/10.13182/NSE09-106>.
5. Rochman D., Koning A.J., da Cruz D.F. Propagation of $^{235,236,238}\text{U}$ and ^{239}Pu Nuclear Data Uncertainties for a Typical PWR Fuel Element. *Nuclear Technology*. 2012, v. 179, no. 3, pp. 323-338; DOI: <https://doi.org/10.13182/NT11-61>.
6. Newell Q., Sanders C. Stochastic Uncertainty Propagation in Monte Carlo Depletion Calculations. *Nuclear Science and Engineering*. 2015, v. 179, no. 3, pp. 253-263; DOI: <https://doi.org/10.13182/NSE13-44>.
7. Minamigawa Y., Kitcher E.D., Chirayath S.S. A Method to Estimate Fission Product Concentration Uncertainty in a Multi-Time-Step MCNP6 Code Nuclear Fuel Burnup Calculation. *Nuclear Technology*. 2019; DOI: <https://doi.org/10.1080/00295450.2019.1624429>.
8. Pisarev A.N., Kolesov V.V. A Study into the Propagation of the Uncertainties in Nuclear Data to the Nuclear Concentrations of Nuclides in Burn-Up Calculations. *Izvestiya vuzov. Yadernaya Energetika*. 2020, no. 2, pp. 108-121; DOI: <https://doi.org/10.26583/npe.2020.2.10> (in Russian).
9. Kolesov V.V., Novichkov A.V., Voznyakevich E.E., Terehova A.M. Statistical Approach to Estimated Uncertainty of Nuclear Concentration in Problems of Isotope Kinetics. *Proc. of*

the XIII-th International Youth Scientific and Practical Conference «FUTURE OF ATOMIC ENERGY AtomFuture 2017». *KnE Engineering*. 2017, pp. 261-267; DOI: <https://doi.org/10.18502/keg.v3i3.1625>.

10. Kolesov V.V., Khitrik D.V., Kamaev D.A. *VisualBurnOut Program*. Certificate of State Registration of the Computer Program No. 2009617021. Registered in the Register of Computer Programs on Dec. 9, 2009 (in Russian).

11. Kitcher E.D., Osborn J.M., Chirayath S.S. Sensitivity Studies on a Novel Nuclear Forensics Methodology for Source Reactor-Type Discrimination of Separated Weapons Grade Plutonium. *Nuclear Engineering and Technology*. 2019, v. 51, iss. 5, pp. 1355-1364, ISSN 1738-5733; DOI: <https://doi.org/10.1016/j.net.2019.02.019>.

12. Osborn J.M., Kitcher E.D., Burns J.D., Folden C.M. III & Chirayath S.S. Nuclear Forensics Methodology for Reactor-Type Attribution of Chemically Separated Plutonium. *Nuclear Technology*. 2018, v. 201:1, pp. 1-10; DOI: <https://doi.org/10.1080/00295450.2017.1401442>.

13. Osborn J.M., Glennon K.J., Kitcher E.D., Burns J.D., Folden C.M., Chirayath S.S. Experimental Validation of a Nuclear Forensics Methodology for Source Reactor-Type Discrimination of Chemically Separated Plutonium. *Nuclear Engineering and Technology*. 2019, v. 51, iss. 2, pp. 384-393, ISSN 1738-5733; DOI: <https://doi.org/10.1016/j.net.2018.11.003>.

14. Swinney M.W., Folden C.M. III, Ellis R.J. & Chirayath S.S. Experimental and Computational Forensics Characterization of Weapons-Grade Plutonium Produced in a Fast Reactor Neutron Environment. *Nuclear Technology*. 2017, v. 197:1, pp. 1-11; DOI: <https://doi.org/10.13182/NT16-76>.

15. Chirayath S.S., Osborn J.M. & Coles T.M. Trace Fission Product Ratios for Nuclear Forensics Attribution of Weapons-Grade Plutonium from Fast and Thermal Reactors. *Science & Global Security*. 2015, v. 23:1, pp. 48-67; DOI: <https://doi.org/10.1080/08929882.2015.996079>.

16. Sagadevan A., Chirayath S. Information Driven Safeguards Approach for Remote Monitoring System of Dry Cask Storage. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. 2020, v. 954, 161737, ISSN 0168-9002; DOI: <https://doi.org/10.1016/j.nima.2018.12.052>.

Authors

Kolesov Valery Vasilievich, Head of Laboratory, Cand. Sci. (Phys.-Math)

E-mail: valeri-kolesov@yandex.ru

Pisarev Aleksandr Nikolaevich, Research Fellow

E-mail: a.n.pisarev93@gmail.com