

О ПОНЯТИИ «КОЭФФИЦИЕНТ РАЗМНОЖЕНИЯ НА ЗАПАЗДЫВАЮЩИХ НЕЙТРОНАХ»

А.Г. Юферов

ИАТЭ НИЯУ МИФИ

249040, Калужская обл., г. Обнинск, Студгородок, 1



Рассматриваются методические вопросы, связанные с понятийным и терминологическим аппаратом динамики ядерных реакторов. На основе элементарного анализа стандартных уравнений динамики ЯР показано, что коэффициент размножения запаздывающих нейтронов (ЗН) в форме $k_{\text{ЗН}} = \beta k_{\text{эф}}$ произведение «эффективной доли запаздывающих нейтронов» на коэффициент размножения популяции, не имеет физического смысла. Данная некорректность обусловлена тем, что параметр β не выражает фактическую долю ЗН в популяции. Непосредственно из уравнений переноса следует, что в переходных режимах скорость генерации ЗН и, следовательно, их доля в популяции являются переменными величинами. Понятие коэффициента размножения как отношения скоростей генерации и потери частиц неприменимо к запаздывающим нейтронам, поскольку уравнения переноса не описывают процессы поглощения и утечки ЗН. В этой связи предложен ряд содержательных и терминологических уточнений рассматриваемых понятий. Рассмотрены возможные определения параметров $k_{\text{эф}}$, $k_{\text{мн}}$, $k_{\text{ЗН}}$ во взаимосвязи с другими параметрами динамики ЯР. Представлены альтернативные возможности отражения вклада ЗН в динамику полной популяции нейтронов. Сопоставлены варианты определения коэффициента размножения на основе описания динамики ЯР в терминах поколений и баланса скоростей процессов. Показана нетождественность коэффициентов размножения, фигурирующих в модели поколений и в модели скоростей.

Ключевые слова: динамика ядерного реактора, коэффициент размножения запаздывающих нейтронов.

Юферов А.Г. О понятии «коэффициент размножения на запаздывающих нейтронах». // Известия вузов. Ядерная энергетика. – 2022. – № 4. – С. 134-146. DOI: <https://doi.org/10.26583/пре.2022.4.12> .

ВВЕДЕНИЕ

В динамике ядерных реакторов коэффициент размножения популяции нейтронов $k_{\text{эф}}$ часто выражают суммой соответствующих коэффициентов для мгновенных и запаздывающих нейтронов [1 – 10]:

$$k_{\text{эф}} = k_{\text{мн}} + k_{\text{ЗН}} = (1 - \beta)k_{\text{эф}} + \beta k_{\text{эф}}. \quad (1)$$

Эти соотношения используются для вывода уравнений кинетики и формулировки условий ядерной безопасности.

© *А.Г. Юферов, 2022*

Запись (1) основана на представлении, что мгновенные и запаздывающие нейтроны вносят вклад в эффективный коэффициент размножения «в соответствии с их долями в общем числе нейтронов» [1]. Доли определяются параметром β – «эффективной долей запаздывающих нейтронов». Эта величина постоянна, если фиксированы состав и геометрия ЯР. Но в таком случае коэффициент размножения, отношение значений численности популяции в двух последовательных поколениях $k_{эф} = n_{i+1}/n_i$, может быть записан как $k_{эф} = \beta n_{i+1}/(\beta n_i) = n_{i+1}^3/n_i^3$ или как $k_{эф} = (1 - \beta)n_{i+1}/[(1 - \beta)n_i] = n_{i+1}^m/n_i^m$. То есть при постоянном значении параметра β коэффициент $k_{эф}$ является коэффициентом размножения и для мгновенных, и для запаздывающих нейтронов. Следовательно, соответствующие слагаемые в (1) таковыми коэффициентами не являются.

Если же допустить, что параметр β изменяется от поколения к поколению, то тогда коэффициент размножения запаздывающих нейтронов (ЗН) равен

$$k_{зн} = n_{i+1}^3/n_i^3 = (\beta_{i+1}n_{i+1})/(\beta_i n_i) = (\beta_{i+1}/\beta_i)/k_{эф},$$

а коэффициент размножения мгновенных нейтронов (МН) равен

$$k_{мн} = n_{i+1}^{m_{и+1}}/n_i^{m_{и}} = [(1 - \beta_{i+1})n_{i+1}]/[(1 - \beta_i)n_i] = [(1 - \beta_{i+1}) / (1 - \beta_i)]k_{эф}.$$

В таком случае коэффициент размножения популяции

$$k_{эф} = \frac{k_{мн} + k_{зн}}{\beta_{i+1}/\beta_i + (1 - \beta_{i+1})/(1 - \beta_i)},$$

что радикально отличается от соотношения (1). Если обернуть рассуждения, полагая в последней формуле коэффициент β постоянным, то обнаруживаем, что $k_{эф} = (k_{мн} + k_{зн})/2$ и, при справедливости представлений $k_{зн} = \beta k_{эф}$, $k_{мн} = (1 - \beta)k_{эф}$, получаем $k_{эф} = k_{эф}/2$.

Следует также отметить, что имеет место содержательная и смысловая несогласованность определений коэффициента размножения, приводимых в различных нормативных и справочных документах. В частности, коэффициент размножения это

– отношение числа делений в двух последующих поколениях цепной реакции [11];

– отношение полного числа нейтронов, образующихся в системе в рассматриваемом интервале времени за счет деления ядер, к числу нейтронов, выбывающих из этой системы в результате поглощения и утечки за этот же интервал времени [12];

– среднее число нейтронов деления цепной реакции, образованных нейтроном за период его жизни внутри системы [13];

– отношение скорости образования нейтронов в процессе деления к скорости их потери [14].

Видно, что эти определения опираются на две модели поведения популяции нейтронов, – в терминах скоростей генерации (потери) и в терминах поколений, и требуют различных действий для нахождения коэффициента размножения. Так, согласно [12], предполагается интегрирование скоростей, тогда как в [14] оперируют мгновенными скоростями.

Обнаруженные коллизии требуют содержательных и терминологических уточнений рассматриваемых понятий. Это необходимо и для более адекватного описания динамики ЯР, и для уточнения формулировок требований ядерной безопасности. С этой целью в работе рассматриваются возможные определения параметров $k_{эф}$, $k_{мн}$, $k_{зн}$ и уточняются их взаимосвязи с другими параметрами динамики ЯР.

О ПАРАМЕТРАХ ДИНАМИКИ ЯР

Изложение динамики ЯР в терминах поколений нейтронов (нейтронных циклов) опирается на очевидную демографическую аналогию. Однако практика преподавания обнаруживает, что в этом случае у студентов подчас формируется неверное представление, что поколения нейтронов мгновенно сменяют друг друга. Поэтому из методических соображений уместно описывать динамику ЯР на основе баланса скоростей процессов. Это позволяет оперативно ввести в рассмотрение основные динамические параметры и раскрыть их физическое содержание, охватывая как распределённые, так и сосредоточенные модели ЯР.

Скорость репродукции популяции нейтронов $v^p_{\text{поп}} = dn/dt$ определяется следующим балансом скоростей:

$$v^p_{\text{поп}} = v^g_{\text{МН}} - v^n_{\text{МН}} - v^g_{\text{ПЗН}} + v^g_{\text{ЗН}} + Q, \quad (2)$$

где $v^g_{\text{МН}}$ – скорость генерации мгновенных нейтронов; $v^n_{\text{МН}}$ – скорость потери нейтронов популяции; $v^g_{\text{ЗН}}$ – скорость генерации ЗН; Q – интенсивность независимого источника.

Поскольку генерация ЗН определяется скоростью распада предшественников ЗН (ПЗН), то в балансе (2) необходимо учесть скорость потребления нейтронов на генерацию ПЗН $v^g_{\text{ПЗН}}$ и добавить уравнение для скорости репродукции ПЗН

$$v^p_{\text{ПЗН}} \equiv dC/dt = v^g_{\text{ПЗН}} - v^g_{\text{ЗНр}} \quad (3)$$

где C – полное число ядер ПЗН; $v^g_{\text{ПЗН}}$ – скорость генерации ПЗН.

Уравнение (2) не конкретизирует, нейтроны какого происхождения (мгновенного или запаздывающего) теряются путём поглощения и утечки со скоростью $v^n_{\text{МН}}$. Поэтому можно трактовать баланс скоростей $v^g_{\text{МН}}$, $v^n_{\text{МН}}$ как описание репродукции мгновенных нейтронов. Отдельное рассмотрение этого баланса необходимо, поскольку именно он (то есть «коэффициент размножения мгновенных нейтронов» отношение $v^g_{\text{МН}}/v^n_{\text{МН}}$) определяет критичность или некритичность размножающей среды. Соответственно, уместно говорить о рассматриваемых ниже величинах (5) – (7), определяемых скоростями $v^g_{\text{МН}}$, $v^n_{\text{МН}}$, как о параметрах мгновенных нейтронов. Такая терминология позволит отличать параметры, характеризующие динамику мгновенных нейтронов МН, от аналогичных параметров популяции в целом, вводимых на основе «полного» баланса (2).

Введем относительные скорости $w^g_{\text{МН}} = v^g_{\text{МН}}/n$, $w^n_{\text{МН}} = v^n_{\text{МН}}/n$, $w^g_{\text{ПЗН}} = v^g_{\text{ПЗН}}/n$, $w^g_{\text{ЗН}} = v^g_{\text{ЗН}}/C$ и запишем уравнения (2), (3) для полного числа нейтронов n и числа ПЗН C :

$$\begin{pmatrix} v^p_{\text{поп}} \\ v^p_{\text{ПЗН}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (w^g_{\text{МН}} - w^n_{\text{МН}} - w^g_{\text{ПЗН}}) & w^g_{\text{ЗН}} \\ w^g_{\text{ПЗН}} & -w^g_{\text{ЗН}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n \\ C \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Q \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Сопоставляя уравнения (2), (3), (4) и стандартные уравнения точечной динамики ЯР, обнаруживаем следующее соответствие коэффициентов этих уравнений. Время генерации мгновенных нейтронов $\Lambda = 1/w^g_{\text{МН}}$; время жизни нейтронов $l = 1/w^n_{\text{МН}}$; относительная скорость потребления нейтронов на генерацию ПЗН $w^g_{\text{ПЗН}} = \beta/\Lambda$.

Полезно также ввести величину

$$r = w^g_{\text{МН}} - w^n_{\text{МН}} = 1/\Lambda - 1/l \quad (5)$$

– относительную скорость репродукции мгновенных нейтронов. С учётом известных соотношений, связывающих параметры Λ , l с реактивностью ρ , находим, что

$$r = \rho / \Lambda = \frac{1}{\Lambda} \left(\frac{k_{\text{мн}} - 1}{k_{\text{мн}}} \right),$$

где коэффициент размножения мгновенных нейтронов

$$k_{\text{мн}} = v_{\text{мн}}^r / v_{\text{мн}}^n = w_{\text{мн}}^r / w_{\text{мн}}^n = l / \Lambda. \quad (6)$$

Как видим, параметр r есть реактивность в Λ -шкале. С другой стороны, традиционную величину реактивности ρ можно выразить как отношение скорости репродукции МН к скорости их генерации

$$\rho = r\Lambda = (rn)(\Lambda/n) = v_{\text{мн}}^p / v_{\text{мн}}^r. \quad (7)$$

Данные трактовки понятия реактивности представляются более содержательными, чем стандартное определение реактивности как относительного отклонения коэффициента размножения мгновенных нейтронов $k_{\text{мн}}$ от единицы. Они указывают на принципиальное равноправие понятий коэффициента размножения и реактивности, вводимых как отношения скоростей процессов (6) и (7). Это исключает необходимость иногда имеющего место сопоставления этих понятий с точки зрения первичности-вторичности [15].

Полезно отметить, что известное условие мгновенной критичности $\rho = \beta$ здесь выражается равенством относительных скоростей $r = w_{\text{пзн}}^r$. Это равенство означает, что в ситуации мгновенной критичности вся репродукция мгновенных нейтронов уходит на генерацию ПЗН. В таком случае первое уравнение (4) принимает вид $v_{\text{поп}}^p = w_{\text{зн}}^r n + Q$ или, в традиционной форме,

$$dn(t) / dt = \sum_{j=1}^J \lambda_j c_j + Q(t),$$

т.е. рост популяции обеспечивается только генерацией запаздывающих нейтронов. И только при $r > w_{\text{пзн}}^r$ (т.е. при $\rho > \beta$) мгновенные нейтроны дают свой вклад в репродукцию популяции. С другой стороны, как показано в [16] (см. также [17]) недопустимый период разгона реактора достигается при значениях реактивности существенно меньших, чем β . Этот факт указывает на необходимость уточнения требований к заданию допустимых пределов вводимой реактивности.

С использованием введённых параметров скорость репродукции мгновенных нейтронов может быть представлена различными формами «элементарного уравнения кинетики ЯР»:

$$v_{\text{мн}}^p = v_{\text{мн}}^r - v_{\text{мн}}^n = n \left(\frac{1}{\Lambda} - \frac{1}{l} \right) = m = n(l / \Lambda - 1) / l = n(k_{\text{мн}} - 1) / l. \quad (8)$$

В форме соотношений (8) можно описать любой процесс генерации-потери частиц. Эти соотношения показывают, что коэффициент размножения может быть введён, если только определены скорости (операторы) генерации и потери частиц рассматриваемого типа. Но уравнения динамики ЯР в любых приближениях не конкретизируют процессы потери запаздывающих нейтронов как таковых. Поэтому невозможно конструктивное введение понятия «коэффициент размножения на запаздывающих нейтронах», аналогичное определению «коэффициента размножения на мгновенных нейтронах» (6), т.е. как отношения скорости генерации ЗН к скорости потерь ЗН. Применительно к запаздывающим нейтронам нельзя говорить об их поколениях или о скорости репродукции ЗН. Однако для характеристики вклада ЗН в репродукцию популяции нейтронов в целом можно рассмотреть отношение скорости генерации ЗН к скорости потерь нейтронов популяции.

О КОЭФФИЦИЕНТЕ РАЗМНОЖЕНИЯ ПОПУЛЯЦИИ НЕЙТРОНОВ

Для оценки некритичности реактора достаточно найти отношение скоростей генерации и потери мгновенных нейтронов (МН). Поэтому в соответствующих задачах обозначение $k_{эф}$ понимается как коэффициент размножения мгновенных нейтронов без рассмотрения размножения нейтронов популяции в целом, т.е. без учёта вклада запаздывающих нейтронов. Поэтому далее для определённости коэффициент размножения популяции будем обозначать как $k_{поп}$.

Скорость генерации популяции есть сумма скоростей генерации МН и ЗН. Поэтому, аналогично определению (6), коэффициент размножения популяции можно выразить как сумму отношений скоростей генерации МН и ЗН к скорости потерь нейтронов популяции в целом. Однако, очевидно, слагаемые этой суммы не есть коэффициенты размножения в традиционном смысле (6) и не совпадают со слагаемыми в формуле (1).

Параметры, определённые соотношениями (5) – (8), характеризуют репродукцию мгновенных нейтронов в терминах относительных скоростей генерации и потери частиц. Аналогичные параметры можно определить для популяции в целом. Так, нетрудно видеть, что обратный период $\alpha = v_{поп}^r/n$ есть относительная скорость репродукции популяции. Отталкиваясь от универсальных соотношений (8), можно сразу записать выражение обратного периода через коэффициент размножения и время жизни популяции:

$$\alpha = (k_{поп} - 1)/l_{поп}. \quad (9)$$

Реактивность в Λ -шкале (5) и обратный период (9) имеют одинаковую размерность как относительные скорости. Это упрощает их сопоставление, т.е. оценку вклада мгновенных нейтронов в репродукцию популяции.

Далее, группируя положительные и отрицательные члены первого уравнения (4), введём в рассмотрение относительную скорость генерации популяции

$$w_{поп}^r = w_{мн}^r + v_{зн}^r/n,$$

и относительную скорость потери нейтронов популяции

$$w_{поп}^n = w_{мн}^n + w_{пзн}^n.$$

Соответствующие обратные величины выражают время генерации $\Lambda_{поп} = 1/w_{поп}^r$ и время жизни популяции $l_{поп} = 1/w_{поп}^n$. Следовательно, коэффициент размножения популяции, согласно стандартному определению (6), равен

$$k_{поп} = v_{поп}^r/v_{поп}^n = l_{поп}/\Lambda_{поп} = (w_{мн}^r + v_{зн}^r/n)/(w_{мн}^n + w_{пзн}^n). \quad (10)$$

С использованием традиционных параметров динамики ЯР

$$\begin{aligned} k_{поп} &= \frac{1/\Lambda + (\sum_{j=1}^J \lambda_j c_j)/n}{1/l + \beta/\Lambda} = \frac{k_{мн} + v_{зн}^r/v_{мн}^n}{1 + \beta k_{мн}} = \\ &= k_{мн} \frac{1 + v_{зн}^r/v_{мн}^n}{1 + \beta k_{мн}} \approx k_{мн} (1 + v_{зн}^r/v_{мн}^n). \end{aligned} \quad (11)$$

В аддитивном представлении $k_{поп} = k_{поп}^{мн} + k_{поп}^{зн}$ слагаемые

$$k_{поп}^{мн} = k_{мн}/(1 + \beta k_{мн}) \quad \text{и} \quad k_{поп}^{зн} = (v_{зн}^r/v_{мн}^n)/(1 + \beta k_{мн}) \quad (12)$$

характеризуют, соответственно, вклад мгновенных и запаздывающих нейтронов в репродукцию популяции, выражая отношения скоростей генерации МН и ЗН к скорости потери нейтронов популяции. Как видим, взаимосвязь коэффициентов $k_{поп}$,

$k_{\text{мн}}$ и $k_{\text{зн}}$ существенно отличается от представления (1). Разумеется, это обусловлено принятыми определениями коэффициентов размножения. Но эти определения отвечают стандартной трактовке коэффициента размножения как отношения скорости генерации к скорости потерь частиц, тогда как представление (1) содержательной физической интерпретации не имеет.

Если коэффициент размножения МН (6) равен единице, т.е. $v_{\text{мн}}^r = v_{\text{мн}}^n$, то определитель системы (4) равен нулю. Это указывает (при отсутствии внешнего источника) на стационарное состояние ЯР: $dn/dt = dC/dt = 0$.

В таком случае $v_{\text{зн}}^r = v_{\text{зн}}^n = (\beta/\Lambda)n$ и коэффициент размножения популяции (11) также оказывается равным единице:

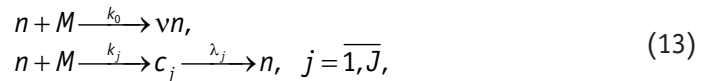
$$k_{\text{поп}} = \frac{1 + (\beta/\Lambda)n / (n/\Lambda)}{1 + \beta} = 1.$$

Таким образом, критичности на мгновенных нейтронах тождественна критичности системы в целом. С большей очевидностью этот факт обнаруживается, если записать систему уравнений (2), (3) в форме одного уравнения

$$d(n + C)/dt = r(t) \cdot n(t) + Q,$$

откуда явно следует, что для стационарности реактора (при $Q = 0$) необходима и достаточна критичность на мгновенных нейтронах $r = 0$.

Физически это объясняется тем, что появление МН и появление ПЗН обусловлено одним источником делением. Процесс деления описывается стехиометрическими уравнениями:



где n – нейтрон; M – делящийся нуклид; c_j – осколок j -й группы; k_0, k_j – константы скорости реакций; ν – число мгновенных нейтронов на деление. Если генерация МН компенсируется потерями (т.е. $k_{\text{мн}} = 1$), то первое уравнение (13) исключается, а второе приводит к следующей системе кинетических уравнений:

$$\frac{dn(t)}{dt} = -\sum_{j=1}^J k_j n M + \sum_{j=1}^J \lambda_j c_j, \quad (14)$$

$$\frac{dc_j}{dt} = -\lambda_j c_j + k_j n M, \quad j = \overline{1, J}. \quad (15)$$

(Символами n, c_j, M обозначаем также концентрации или полное число соответствующих частиц.) Суммируя уравнения (14) и (15), находим, что $d(n(t) + C(t))/dt = 0$. Отсюда следует равенство единице коэффициента размножения популяции, выражающегося здесь отношением скорости генерации ЗН к скорости потребления нейтронов на генерацию ПЗН:

$$k_{\text{поп}} = \left(\sum_{j=1}^J \lambda_j c_j \right) / \left(\sum_{j=1}^J k_j n M \right) = 1.$$

Из того факта, что в случае критичности ЯР имеет место равенство $k_{\text{поп}} = k_{\text{мн}} = 1$, следует ряд практических выводов.

1. Равенство $k_{\text{поп}} = k_{\text{мн}} = 1$ требует, согласно (1), равенства $k_{\text{зн}} = 0$. Это указывает на некорректность представления (1).

2. Практикуемая при выводе уравнений кинетики ЯР [1 – 10] замена в последнем выражении (8) коэффициента $k_{\text{мн}}$ на $(1 - \beta)k_{\text{эф}}$ сопровождается исключением по-

являющегося в этих преобразованиях слагаемого $\beta(k_{эф} - 1)$ как, якобы, «величины второго порядка малости». Однако при сохранении этого слагаемого (т.е. при соблюдении полного баланса) первое уравнение (4) в случае критичности принимает вид

$$\frac{dn}{dt} = -\beta \left(\frac{1}{\Lambda} + \frac{1}{l} \right) n + \sum_{j=1}^J \lambda_j c_j + Q$$

Его суммирование с уравнениями для предшественников ЗН приводит к уравнению

$$dn / dt = -\beta n / l,$$

означающему вопреки первоначальному предположению ($k_{эф} = 1$) не критичность реактора. Это противоречие указывает на ошибочность равенства $k_{мн} = (1 - \beta)k_{эф}$.

3. При расчёте «на $k_{эф}$ » запаздывающие нейтроны во внимание можно не принимать, т.е. вести расчёт «на $k_{мн}$ ». Так поступают в большинстве случаев [18]. Однако известны работы, где подобный расчёт выполняется с учётом вклада запаздывающих нейтронов (см., например, [19]). Поэтому при сопоставлении расчётов на критичность целесообразно отмечать наличие или отсутствие учёта запаздывающих нейтронов.

4. Эксплуатационная документация и нормативы по ядерной безопасности оперируют понятиями эффективного коэффициента размножения $k_{эф}$ и реактивности, определяя последнюю как относительное отклонение $k_{эф}$ от единицы. Но реактивность характеризует репродукцию только мгновенных нейтронов. Следовательно, указанные документы фактически подразумевают под $k_{эф}$ именно коэффициент размножения на мгновенных нейтронах (6). Это обстоятельство также необходимо специально подчёркивать в силу имеющей место терминологической недоопределённости.

Такая недоопределённость обусловлена тем, что рассмотрение динамики ЯР традиционно начинается (в терминах смены поколений или баланса скоростей) применительно к некоторой популяции нейтронов без конкретизации процессов на мгновенных и запаздывающих нейтронах. В результате устанавливается взаимосвязь динамических параметров в форме (8). Эта взаимосвязь выглядит одинаково для мгновенных нейтронов и популяции в целом. Поэтому на различный смысл этих параметров, выражаемый определениями (6) или (10), не всегда обращается внимание. «Эффективный коэффициент размножения» (1) вводится применительно к популяции в целом, но на практике оперируют коэффициентом размножения на мгновенных нейтронах (6). В этой связи уместно отметить, что термин «эффективный» в физике реакторов чрезвычайно перегружен. В данном контексте он используется для указания на коэффициент размножения в конечной среде. Представляется целесообразным исключить этот термин и для обеспечения однозначности говорить о «коэффициенте размножения мгновенных нейтронов» или о «коэффициенте размножения популяции», уточняя, при необходимости, о бесконечной или конечной среде идёт речь.

О ПОНЯТИЯХ «ПОКОЛЕНИЕ НЕЙТРОНОВ», «ВРЕМЯ ЖИЗНИ ПОКОЛЕНИЯ»

Представляет интерес взаимосвязь коэффициентов размножения, определяемых как отношение скоростей генерации-потери и как отношение численностей смежных поколений.

Описание динамики ЯР в терминах поколений опирается обычно на последнее выражение в уравнении (8), где величина n трактуется как численность поколения, величина kn – как численность следующего поколения, а параметр l как «время жизни

поколения». При этом не конкретизируется, идёт речь о популяции мгновенных нейтронов или о популяции в целом. Важно, однако, что и в том, и в другом случае указанное выражение получается на основе баланса скоростей рассматриваемой популяции путём преобразований, представленных в уравнении (8). Но, очевидно, нейтроны популяции в целом не возникли одновременно, т.е. не принадлежат одному «поколению». Поэтому интерпретировать в терминах поколений величины, фигурирующие в последнем выражении уравнения (8), представляется некорректным без специальных уточнений.

Из определения коэффициентов в балансе скоростей (4) следует, что параметр l есть обратная величина относительной скорости потери нейтронов: $l = n/v^n$, где n – текущая численность популяции. То есть параметр l – это время обнуления популяции при данной скорости потерь. Уже по этой причине параметр l не может трактоваться как «время жизни поколения». Подстановка в уравнении (8) параметра l в форме $l = n/v^n$ приводит к уравнению $v_{\text{мн}}^p = kv^n - v^n$, показывающему, что коэффициент размножения определяется скоростями генерации и потери нейтронов, $k = v^r/v^n$, не требуя вводить представление о поколениях нейтронов. (Здесь и далее используем обозначение k , когда речь идет о коэффициенте размножения без конкретизации вида или группы частиц.)

Если же обратиться к модели поколений, то из уравнения (8) следует, что в момент времени $t = t_{\text{пок}}$, когда достигается численность очередного поколения kn_0 , должно выполняться равенство $kn_0 = n_0 \exp(rt_{\text{пок}})$. Но в таком случае время достижения численности нового поколения не равно «времени жизни поколения» l :

$$t_{\text{пок}} = \ln k / r = \ln k / (1/\Lambda - 1/l) \neq l.$$

С другой стороны, в момент времени, равный «времени жизни поколения» l , достигнутое число нейтронов популяции не равно численности очередного поколения

$$n_{t=l} = n_0 \exp(rl) \neq kn_0.$$

Установленные неравенства обусловлены тем, что здесь сопоставляются дискретное (смена поколений) и непрерывное (баланс скоростей) описание репродукции нейтронов. Но из этого сопоставления с очевидностью следует, что термин «время жизни поколения» не отражает физического содержания параметра l . Трактовка параметра l как «времени жизни поколения» возможна только при подходящей конкретизации понятий «поколение нейтронов» и «коэффициент размножения поколений».

Если полагать, что параметр l действительно есть «время жизни поколения», то численность i -го поколения достигается, очевидно, в момент времени $t = il$:

$$n(t) = n_i = k_i n_0 = k^{i/l} n_0. \quad (16)$$

Но в этот момент, согласно (8),

$$n(t) = n_0 \exp(rt) = n_0 [\exp(rl)]^i. \quad (17)$$

Естественно потребовать тождественности представлений численности популяции $n(t)$ в форме (16) и (17). Для этого необходимо, чтобы коэффициент размножения поколений (КРП), фигурирующий в формуле (16), был равен

$$k^{\text{крп}} = \exp(rl) = \exp(1/\Lambda - 1) = \exp(k^{\text{скр}} - 1). \quad (18)$$

Но в таком случае он не совпадает со «скоростным» коэффициентом размножения (СКР), $k^{\text{скр}} = l/\Lambda$, определяемым формулами (6) или (10). Приближенное равенство имеет место при малом отклонении от критичности, когда $l \approx \Lambda$ и оба коэффициента близки к единице.

К аналогичному условию близости приводит сравнение скоростей репродукции.

Из (16) следует, что скорость репродукции популяции определяется уравнением

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\ln k}{l} n. \quad (19)$$

Правая часть этого уравнения совпадает с последним выражением (8), то есть $\ln k \approx k - 1$, если коэффициент размножения близок к единице.

Таким образом, коэффициенты КРП и СКР следует различать. Они принадлежат двум разным моделям динамики ЯР, представленным уравнениями (8) и (16). Эти модели применимы к любым состояниям ЯР и должны давать тождественное описание поведения ЯР. Но указанные условия близости имеют место только при малом отклонении от критичности. Для устранения этого ограничения следует принять равенство (18) как *определение коэффициента размножения поколений мгновенных нейтронов*. Этим обеспечивается идентичность уравнений (8) и (19) и исключается необходимость аппроксимации уравнения (19).

Предложенное определение коэффициента размножения поколений (18) полностью отвечает принятому в физике реакторов разделению поколений некоторым характерным событием, например, моментом деления. Здесь в качестве такого события принимается момент исчерпания популяции при данной скорости потерь $1/l$. В таком случае численность очередного поколения достигается именно через время l , что позволяет трактовать этот параметр как «время жизни поколения».

Аналогично определению (18) вводится коэффициент размножения поколений для популяции в целом: $k^{\text{крп}}_{\text{пол}} = \exp(\alpha l_{\text{пол}})$. Он очевидным образом связан с коэффициентом размножения поколений мгновенных нейтронов $k^{\text{крп}}_{\text{мн}} = \exp(rl)$, если принять во внимание следующее из уравнений (4) представление обратного периода в форме

$$\alpha(t) = r(t) - (dC/dt)/n(t),$$

откуда

$$k^{\text{крп}}_{\text{пол}} = k^{\text{крп}}_{\text{мн}} \exp(-C_n(l_{\text{пол}}/l), \quad \text{где } C_n = (dC/dt)/n(t).$$

Понятие поколения нейтронов в физике реакторов не стандартизовано. Обычно полагают, что очередное поколение – это нейтроны, появившиеся в момент деления [20]. Известны и другие определения поколения нейтронов, в частности:

– *совокупность нейтронов, рождаемых (существующих) в реакторе одновременно или в короткий (по сравнению со временем их свободного существования) промежуток времени* [21];

– *группа нейтронов с момента рождения до момента, когда они вызывают деление* [22].

Нетрудно усмотреть несогласованность приведённых формулировок и необходимость их детализации. Так, в случае трактовки поколения как нейтронов деления, появившихся в некоторый момент t , требуется, очевидно, указать, имеются в виду только мгновенные нейтроны, генерируемые со скоростью $v^r_{\text{мн}}(t)$, или следует учесть и генерацию ЗН со скоростью

$$\sum_{j=1}^J \lambda_j c_j(t).$$

В любом случае согласно этому определению число нейтронов поколения $n_{\text{пок}}(t)$, появившегося в момент времени t , равно соответствующей скорости генерации $v^r(t)$. Однако в модели баланса скоростей мы не можем отразить историю конкретно этих нейтронов, поскольку располагаем только скоростями уменьшения популяции в целом в силу тех или иных факторов. Единственная возможность ввести здесь время

жизни поколения $l_{\text{пок}}$ состоит в определении его как времени исчерпания числа нейтронов рассматриваемого поколения $n_{\text{пок}}(t) = v^r(t)$ при данной скорости потерь нейтронов популяции $v_{\text{пол}}^n(t)$. Но в таком случае параметр $l_{\text{пок}}$ должен определяться согласно (6) или (10), т.е. численно он будет совпадать с соответствующим коэффициентом размножения.

НЕКОТОРЫЕ ВЫВОДЫ

1. Понятие коэффициента размножения как отношение скоростей генерации и потери частиц применимо только к мгновенным нейтронам или к популяции в целом. Коэффициент размножения запаздывающих нейтронов невозможно ввести подобным образом, поскольку в уравнениях переноса не фигурирует скорость потери ЗН.

2. Равенство (1) подразумевает, что параметр $k_{\text{эф}}$ характеризует популяцию в целом. Поэтому он должен определяться по формуле (10), то есть с учётом генерации запаздывающих нейтронов. Это позволяет выделить вклады МН и ЗН в $k_{\text{эф}}$, но в таком случае взаимосвязь коэффициентов $k_{\text{эф}}$, $k_{\text{мн}}$ и $k_{\text{зн}}$ существенно отличается от представления (1).

3. На практике (при расчётах на критичность и при оценке реактивности) под параметром $k_{\text{эф}}$ фактически понимается коэффициент размножения мгновенных нейтронов. Поэтому необходимо всегда уточнять, используется определение (6) или (10).

4. Из требования совпадения решений, вытекающих из модели баланса скоростей и модели поколений нейтронов, следует, что коэффициенты размножения, фигурирующие в этих моделях, не являются тождественными. Они связаны соотношением (18) и приблизительно равны только в состояниях ЯР, близких к критичности.

Литература

1. Крупенников В.П. Эксплуатационные вопросы физики реакторов ВВЭР-440. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 80 с.
2. Marguet S. The Physics of Nuclear Reactors. – Springer, 2017. – 1462 p.
3. Белозеров В.И., Жук М.М., Кузина Ю.А., Терновых М.Ю. Физика и эксплуатационные режимы реактора ВВЭР-1000. – М.: НИЯУ МИФИ, 2014. – 288 с.
4. Попов А.К. Основы управления ядерным реактором. – М.: МГУ, 2012. – 208 с.
5. Саркисов А.А., Пучков В.Н. Нейтронно-физические процессы в быстрых реакторах с тяжелыми жидкометаллическими теплоносителями. – М.: Наука, 2011. – 168 с.
6. Владимиров В.И. Физика ядерных реакторов: Практические задачи по их эксплуатации. – М.: ЛИБРОКОМ, 2009. – 480 с.
7. Юркевич Г.П. Системы управления энергетическими реакторами. – М.: ЭЛЕКС-КМ, 2001. – 344 с.
8. Саркисов А.А., Пучков В.Н. Физика переходных процессов в ядерных реакторах. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 264 с.
9. Емельянов И.Я., Ефанов А.И., Константинов Л.В. Научно-технические основы управления ядерными реакторами. – М.: Энергоиздат, 1981. – 360 с.
10. Судэк Г., Кэмпбелл Э. Элементарная теория котла. // УФН. – 1950. – Т. 42. – С. 93-156. DOI: 10.3367/UFN.0042.195009g.0093 .
11. Глоссарий МАГАТЭ по вопросам безопасности. – МАГАТЭ, 2007. – 295 с.
12. НП-063-05 Правила ядерной безопасности для объектов ядерного топливного цикла. – М.: Ростехнадзор, 2005. – 21 с.
13. McLaughlin T.P., Monahan S.P., Pruvost N.L., Frolov V.V., Ryazanov B.G., Sviridov V.I. A

- Review of Criticality Accidents. – Los Alamos National Laboratory, LA-13638. 2000. – 158 p.
14. Глоссарий атомных терминов. – Обнинск: ФЭИ, 1991. – 72 с.
15. Колесов В.Ф. Истоки неточностей в реактивности, определяемой с помощью обращенного решения уравнений кинетики. // ВАНТ. Серия: «Физика ядерных реакторов». – 2013. – Вып. 3. – С. 30-45.
16. Юферов А.Г. О понятии «мгновенная критичность». // Известия вузов. Ядерная энергетика. – 2021. – № 4. – С. 135-145. DOI: <https://doi.org/10.26583/пре.2021.4.12>.
17. Юферов А.Г. О понятии «эффективная доля запаздывающих нейтронов». // Известия вузов. Ядерная энергетика. – 2022. – № 2. – С. 174-182. DOI: <https://doi.org/10.26583/пре.2022.2.16>.
18. Кузьмин А.М. Основы теории критичности, методы расчёта и возмущение реактивности реактора. – М.: МИФИ, 2008 – 156 с.
19. Селезнев Е.Ф. Кинетика реакторов на быстрых нейтронах. – М.: Наука, 2013. – 239 с.
20. Белл Д., Глестон С. Теория ядерных реакторов. – М.: Атомиздат, 1974. – 489 с.
21. Критичность реактора и условия её реализации. Электронный ресурс: portal.tpu.ru (дата доступа 23.07.2022).
22. Physics and kinetics of TRIGA reactors. Электронный ресурс: [https://ansn.iaea.org/Common/documents/Training/TRIGA Reactors \(Safety and Technology\)/pdf/chapter2.pdf](https://ansn.iaea.org/Common/documents/Training/TRIGA%20Reactors%20(Safety%20and%20Technology)/pdf/chapter2.pdf) (дата доступа 23.07.2022).

Поступила в редакцию 29.07.2022 г.

Автор

Юферов Анатолий Геннадьевич, доцент, канд. физ.-мат. наук
E-mail: anatoliy.yuferov@mail.ru

UDC 621.039.514.4:621.039.515:621.039.516:378

ON THE CONCEPT OF DELAYED NEUTRON MULTIPLICATION FACTOR

Yuferov A.G.

IATE MPhI

1 Studgorodok, 249039 Obninsk, Kaluga Reg., Russia

ABSTRACT

The article considers methodological issues related to the conceptual and terminological apparatus of the dynamics of nuclear reactors. Based on an elementary analysis of the standard nuclear reactor dynamics equations, it is shown that the delayed neutron multiplication factor (DNMF) in the form of $k_{dn} = \beta k_{efr}$, the product of the «effective delayed neutron fraction» by the population multiplication factor, has no physical meaning. This incorrectness is due to the fact that the parameter β does not express the actual fraction of delayed neutrons (DNs) in the population. It follows directly from the transfer equations that, in transient regimes, the rate of generation of DNs and, consequently, their fraction in the population are variable values. The concept of 'multiplication factor' as the ratio of the rates of generation and loss of particles is not applicable to DNs, since the transport equations do not describe the processes of their absorption and leakage. For this reason, the author proposes a number of meaningful and terminological clarifications of the concepts under consideration.

Possible definitions of the parameters k_{efr} , k_{mnr} , k_{zn} in conjunction with other parameters of the NR dynamics are considered. Alternative possibilities for reflecting the contribution of DNs to the dynamics of the total neutron population are presented. The options for determining the multiplication factor are compared based on the description of the NR dynamics in terms of generations and the balance of process rates. The non-identity of the multiplication factors appearing in the generation model and in the rate model is shown.

Key words: nuclear reactor dynamics, delayed neutron multiplication factor.

Yuferov A.G. On the Concept of Delayed Neutron Multiplication Factor. *Izvestiya vuzov. Yadernaya Energetika*. 2022, no. 4, pp. 134-146; DOI: <https://doi.org/10.26583/npe.2022.4.12> (in Russian).

REFERENCES

1. Krupennikov V.P. *Operational Issues of Physics of VVER-440 Reactors*. Moscow. Energoatomizdat Publ., 1986, 80 p. (in Russian).
2. Marguet S. *The Physics of Nuclear Reactors*. Springer Publ., 2017, 1462 p.
3. Belozеров V.I., Zhuk M.M., Kuzina Yu.A., Ternov M.Yu. *Physics and Operational Modes of the VVER-1000 Reactor*. Moscow. MEFhI Publ., 2014, 288 p. (in Russian).
4. Popov A.K. *Fundamentals of Nuclear Reactor Control*. Moscow. MGU Publ., 2012, 208 p. (in Russian).
5. Sarkisov A. A., Puchkov V. N. *Neutron-Physical Processes in Fast Reactors with Heavy Liquid-Metal Heat Carriers*. Moscow. Nauka Publ., 2011, 168 p. (in Russian).
6. Vladimirov V.I. *Physics of Nuclear Reactors: Practical Tasks for their Operation*. Moscow. LIBROCOM Publ., 2009, 480 p. (in Russian).
7. Yurkevich G.P. *Power Reactor Control Systems*. Moscow. ELEKS-KM Publ., 2001, 344 p. (in Russian).
8. Sarkisov A.A., Puchkov V.N. *Physics of Transients in Nuclear Reactors*. Moscow. Energoatomizdat Publ., 1983, 264 p. (in Russian).
9. Yemelyanov I.Ya., Efanov A.I., Konstantinov L.V. *Scientific and Technical Fundamentals of Nuclear Reactor Control*. Moscow. Energoizdat Publ., 1981, 360 p. (in Russian).
10. Soodak H., Campbell E.C. Elementary Pile Theory. *Uspekhi Fizicheskikh Nauk*. 1950, v. 42, pp. 93-156; DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.0042.195009g.0093> (in Russian).
11. *The IAEA Safety Glossary*. IAEA, 2007, 295 p. (in Russian).
12. NP-063-05. *Rules of Nuclear Safety for Nuclear Fuel Cycle Facilities*. Moscow. Rostekhnadzor Publ., 2005, 21 p. (in Russian).
13. McLaughlin T.P., Monahan S.P., Pruvost N.L., Frolov V.V., Ryazanov B.G., Sviridov V.I. *A Review of Criticality Accidents*. Los Alamos National Laboratory, LA-13638. 2000, 158 p.
14. *Glossary of Atomic Terms*. Obninsk. FEI Publ. 1991, 72 p. (in Russian).
15. Kolesov V.F. The Origins of Inaccuracies in Reactivity Determined by the Inverse Solution of Kinetic Equations. *VANT. Ser. Fizika Yadernykh Reactorov*. 2013, iss. 3, pp. 30-45 (in Russian).
16. Yuferov A.G. About the Concept of Prompt Criticality. *Izvestiya vuzov. Yadernaya Energetika*. 2021, no. 4, pp. 135-145; DOI: <https://doi.org/10.26583/npe.2021.4.12> (in Russian).
17. Yuferov A.G. On the Concept of Effective Delayed Neutron Fraction. *Izvestiya vuzov. Yadernaya Energetika*. 2022, no. 2, pp. 174-182; DOI: <https://doi.org/10.26583/npe.2022.2.16> (in Russian).
18. Kuzmin A.M. *Fundamentals of Criticality Theory, Calculation Methods and Reactor Reactivity Perturbation*. Moscow. MEFhI Publ., 2008. 156 p. (in Russian).

19. Seleznev E.F. *Kinetics of Fast Neutron Reactors*. Moscow. Nauka Publ., 2013, 239 p. (in Russian).
20. Bell D., Glesson S. *Theory of Nuclear Reactors*. Moscow. Atomizdat Publ., 1974. 489 p. (in Russian).
21. Reactor Criticality and Conditions for its Implementation. Available at: portal.tpu.ru (accessed Jul. 23, 2022) (in Russian).
22. Physics and Kinetics of TRIGA Reactors. Available at: [https://ansn.iaea.org/Common/documents/Training/ TRIGA Reactors \(Safety and Technology\)/pdf/chapter2.pdf](https://ansn.iaea.org/Common/documents/Training/TRIGA%20Reactors%20(Safety%20and%20Technology)/pdf/chapter2.pdf) (accessed Jul. 23, 2022) (in Russian).

Author

Yuferov Anatoliy Gennadyevich, Assistant Professor, Cand. Sci. (Phys.-Math.)
E-mail: anatoliy.yuferov@mail.ru