

## СХЕМНЫЕ РЕШЕНИЯ РЕАКТИМЕТРОВ

**А.Г. Юферов**

*Обнинский институт атомной энергетики НИЯУ «МИФИ»  
249040, Калужская обл., г. Обнинск, Студгородок, д. 1*



С позиций общей теории измерительных приборов и теории цифровых фильтров рассмотрен ряд вопросов сравнительного анализа возможных вариантов алгоритмической и схемной реализации реактиметров. В терминах переходных характеристик и передаточных функций описаны структурные схемы линейной части реактиметра, а также алгоритмы их функционирования и численной реализации. Рассмотрены параллельная, прямая, каноническая, симметризованная, решетчатая и лестничная структурные схемы. Приведены соответствующие разностные уравнения. Эти результаты позволяют сравнить возможные схемные решения с точки зрения ряда критериев: сложность элементного состава (количество интеграторов, сумматоров, умножителей, элементов задержки), количество необходимых вычислительных операций, идентифицируемость аппаратурной функции реактиметра, согласованность расчетных и измеренных значений, чувствительность к погрешностям параметров и т.д. Показана возможность рассмотрения уравнений реактиметра как авторегрессионных, что обеспечивает адаптацию реактиметра в условиях эксплуатации. Указаны некоторые алгоритмы идентификации переходной характеристики и передаточных функций реактиметра. Для обеспечения согласованности расчетных и измеренных значений реактивности показана возможность использования идентичных алгоритмов в основном вычислительном блоке прямой и обратной задач кинетики ядерного реактора. Предложены верхние и нижние оценки реактивности для момента включения реактиметра. Реализация подобных оценок в конструкции реактиметра позволяет минимизировать время вывода реактиметра на рабочий режим. Для построения лестничных и решетчатых схемных решений использованы некоторые методические упрощения. База данных с параметрами аппаратурных функций схемных решений реактиметров размещена на общедоступном сайте. Указан ряд задач и направлений дальнейших исследований.

**Ключевые слова:** реактиметр, аппаратурная функция, схемное решение, вариантный анализ.

### ВВЕДЕНИЕ

Целью работы является рассмотрение некоторых вопросов сравнительного анализа вариантов алгоритмической и схемной реализаций реактиметров с точки зрения критериев общей теории измерительных приборов [1] и цифровой обработки сигналов [2]. Аппаратурная (передаточная) функция измерительного прибора может быть представлена в различных структурных формах. Эти формы определяют схемные и алгоритмические решения прибора и обуславливают сложность элементного состава схем, точность измерений, скорость получения очередного замера,

© А.Г. Юферов, 2019

возможность идентификации аппаратурной функции, качество подавления шумов, чувствительность к погрешностям параметров, время выхода на рабочий режим и т.д. Однако описание и сопоставление возможных схемных решений реактиметров с учетом этих критериев ранее не проводилось.

Практически все конструкции реактиметров (см., в частности, [3 – 20]) опираются на обращенное решение системы дифференциальных уравнений кинетики ядерного реактора с учетом шести групп запаздывающих нейтронов. При этом аппаратурная функция линейной части реактиметра представляется суммой экспонент, что приводит к параллельной структурной схеме (шесть параллельных интегрирующих RC-звеньев в аналоговой реализации реактиметра). Коэффициентами и показателями экспонент являются групповые параметры запаздывающих нейтронов, заведомо изменяющиеся в ходе кампании ядерного реактора (ЯР). Поэтому всегда присутствует задача адаптации реактиметра к условиям конкретного ЯР – обоснование адекватности указанных параметров и их расчетное или экспериментальное уточнение. На практике эта задача решается на основе косвенных данных, опирающихся на расчетные оценки выгорания топлива [21 – 24]. Это позволяет перейти на один из заранее подготовленных наборов параметров запаздывающих нейтронов. С другой стороны, известны алгоритмы непосредственной оценки аппаратурной функции по записям переходных процессов или шумов [25, 26]. Однако для адаптации реактиметров традиционного исполнения такая экспериментальная аппаратурная функция должна быть представлена суммой экспонент. Это требует сложных итерационных вычислений [27] и не гарантирует достаточную точность [28]. По этой причине представляют интерес альтернативные схемные решения реактиметров с неэкспоненциальным представлением аппаратурной функции, обеспечивающие возможность ее оперативной идентификации в эксплуатационных режимах ЯР. Желательно также, чтобы эти решения

- минимизировали число структурных элементов и операций;
- использовали простые алгоритмы оценки реактивности, согласованные с процедурами вычисления реактивности, принятыми в программах моделирования динамики ЯР [29, 30];
- обеспечивали быстрый выход реактиметра на рабочий режим.

В работе рассмотрены некоторые аспекты этих вопросов. Основное внимание уделено схемным решениям реактиметра как цифрового фильтра. Соответствующие аналоговые схемы могут быть построены согласно известным соотношениям [2].

### АВТОРЕГРЕССИОННЫЕ УРАВНЕНИЯ РЕАКТИМЕТРА

Система дифференциальных уравнений кинетики ЯР сводится к интегральному уравнению [30]

$$v(t) = n(t)r(t) - \int_0^t h(t - \tau) d\tau + Q(T). \quad (1)$$

Интегрирование по частям приводит последнее к форме, содержащей только отсчеты мощности:

$$n(t) = \rho^*(t)n(t) + \int_0^t g(t - \tau)n(\tau) d\tau, \quad g(\tau) = (dh(\tau) / d\tau) \Lambda / \beta_{\text{эф}}. \quad (2)$$

Уравнения реактиметра следуют из (1), (2) очевидным образом. Так, согласно уравнению (1),

$$r(t) = \alpha(t) + [\int_0^t h(t - \tau) dn(\tau) - Q(t)] / n(t), \quad (3)$$

где  $n(t)$  – мощность ядерного реактора;  $v(t) = dn/dt$  – скорость изменения мощнос-

ти;  $\alpha(t)$  – обратный период реактора;  $r(t)$  – реактивность в  $\Lambda$ -шкале:  $r = \rho/\Lambda = 1/\Lambda - 1/l$ ;  $\Lambda$  – время генерации,  $l$  – время жизни мгновенных нейтронов;  $\rho$  – абсолютная реактивность;  $\rho^*$  – реактивность в единицах эффективной доли запаздывающих нейтронов  $\beta_{эф}$ :  $\rho^* = \rho/\beta_{эф}$ .

Реактивность в  $\Lambda$ -шкале есть относительная скорость репродуцирования мгновенных нейтронов – алгебраическая сумма относительных скоростей генерации (вероятность  $1/\Lambda$ ) и потери (вероятность  $1/l$ ) мгновенных нейтронов. Теоретическая форма ядра интеграла запаздывающих нейтронов (ИЗН)

$$Y(t) = \int_0^t h(t - \tau) dn(\tau)$$

имеет вид

$$h(t - \tau) = \frac{\beta_{эф}}{\Lambda} \sum_{j=1}^J d_j \exp(-\lambda_j(t - \tau)), \quad (4)$$

где  $d_j, \lambda_j$  – групповые параметры запаздывающих нейтронов;  $\beta_{эф}/\Lambda$  – вероятность генерации запаздывающих нейтронов (доля мгновенных нейтронов, «уходящих» на генерацию предшественников запаздывающих нейтронов). Ядро ИЗН имеет смысл функции распада предшественников запаздывающих нейтронов и в рассматриваемой задаче описывает аппаратную функцию реактиметра. Одинаковая размерность величин  $r, \alpha$  и  $\beta_{эф}/\Lambda$  упрощает сопоставление относительных скоростей процессов в ЯР, анализ зависимостей «период-реактивность» [31] и задачу выбора единиц измерения реактивности [32].

Уравнения (1) – (3) обеспечивают требуемую согласованность решений прямой (расчет динамики мощности) и обратной (вычисление или измерение реактивности) задач, если в их дискретной реализации

$$v_k = r_k n_k - Y_k \beta_{эф}/\Lambda + Q_k \quad (5)$$

применяется общий алгоритм оценки функции  $Y_k$ , т.е. интеграла запаздывающих нейтронов. В случае постоянных значений источника и реактивности (1), (2), (5) могут рассматриваться как авторегрессионные уравнения относительно констант  $r, Q, \rho^*$  и отсчетов аппаратных функций  $h, g$ . При наличии достаточного числа замеров скорости или мощности эти уравнения эффективно решаются относительно указанных коэффициентов регрессии посредством подходящего варианта метода наименьших квадратов [33, 34]. Найденные таким путем отсчеты аппаратных функций  $h, g$  непосредственно используются в квадратурных формулах для вычисления интеграла запаздывающих нейтронов [30], не требуя его восстановления в форме (4). Однако характер распада предшественников запаздывающих нейтронов обуславливает интервал затухания функций  $h$  и  $g$  примерно в 300 и 80 секунд соответственно. В аппаратной реализации это потребует очень большого числа умножителей и элементов задержки. Поэтому уместно рассмотреть другие схемные решения, отталкиваясь от теоретической формы ядра ИЗН (4), которая определяет возможные структуры передаточных функций реактиметра.

### ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ФУНКЦИИ РЕАКТИМЕТРА

Для анализа алгоритмических и схемных вариантов реактиметра запишем его уравнение как уравнение свертки, выделив линейную часть и приведя к структуре линейного фильтра

$$v(t) = \int_0^t h(t - \tau)v(\tau)d\tau = g(t) \quad (6)$$

с входным воздействием  $v(t)$  и откликом  $g(t) = r(t)n(t) + Q(t)$ . Общая форма передаточной функции (ПФ) этого уравнения имеет вид  $W(s) = 1 + (\beta_{эф}/\Lambda)H(s)$ . Однако единицей здесь можно пренебречь в силу типичных соотношений реактивности  $r(t)$  и обратного периода  $\alpha(t)$  в уравнении (3). Это соответствует принятой практике вычисления реактивности и конструирования реактиметров. Вероятность генерации запаздывающих нейтронов  $h_0 = \beta_{эф}/\Lambda$  уместно ввести явно как коэффициент усиления линейной части реактиметра. Эта величина может быть результатом независимой расчетной или экспериментальной оценки и в таком качестве дает дополнительную возможность проверки адекватности адаптации реактиметра. Таким образом, для сопоставления схемных решений реактиметра достаточно рассмотреть структурные преобразования нормированной на  $h_0$  передаточной функции интеграла запаздывающих нейтронов  $H(s)$ .

Непосредственная дискретизации интеграла запаздывающих нейтронов

$$Y_k = T \sum_{l=0}^m (A_{k,k-l} h_l) v_{k-l},$$

когда для вычисления применяется некоторая квадратурная формула без учета экспоненциального представления ядра (4), характеризуется передаточной функцией в *нерекурсивной структурной форме*

$$H(z) = T \sum_{l=0}^m c_l z^{-l},$$

где  $c_l = A_{k,k-l} h_l$ ,  $A_{k,k-l}$  – коэффициенты используемой квадратурной формулы. Здесь количество операций на шаге увеличивается в процессе вычислений вплоть до достижения числа  $m$  – количества отсчетов, необходимых для учета интервала затухания аппаратурной функции. Это число зависит от выбранной квадратурной формулы и определяет количество умножителей и элементов задержки в аппаратурной реализации цифрового реактиметра с данной формой ПФ.

Стандартной экспоненциальной записи ядра ИЗН (4) соответствует аналоговая передаточная функция в *параллельной структурной форме*:

$$H(s) = \sum_{j=1}^J \frac{d_j}{s + \lambda_j}. \quad (7)$$

На этой форме основаны традиционные схемные решения аналоговых реактиметров. Очевидные преобразования ПФ  $H(s)$  дают *прямую*

$$H(s) = A(s) / B(s) = \sum_{j=0}^{J-1} a_j s^j / \sum_{j=0}^J b_j s^j, \quad b_J \equiv 1 \quad (8)$$

и *каскадную*

$$H(s) = \prod_{j=1}^{J-1} (s - \zeta_j) / \prod_{j=1}^J (s + \lambda_j) \quad (9)$$

структурные формы.

В частности, параметры формы (8) равны

$$b_k = \sum_{i_{k+1}=1}^{k+1} \sum_{i_{k+2}=i_{k+1}+1}^{k+2} \dots \sum_{i_j=i_{j-1}+1}^J \left( \prod_{j=k+1}^J \lambda_{i_j} \right), \quad k = \overline{0, J-1};$$

$$a_k = \sum_{i_{k+2}=1}^{k+2} \sum_{i_{k+3}=i_{k+2}+1}^{k+3} \dots \sum_{i_j=i_{j-1}+1}^J \left[ \left( \prod_{j=k+2}^J \lambda_{i_j} \right) \left( 1 - \sum_{j=k+2}^J d_{i_j} \right) \right], \quad k = \overline{0, J-1}.$$

Чувствительность этих параметров к константам запаздывающих нейтронов описывается следующими соотношениями:

$$\frac{\partial b_k}{\partial \lambda_l} = \sum_{i_{k+1}=1}^{k+1} \sum_{i_{k+2}=i_{k+1}+1}^{k+2} \dots \sum_{i_j=i_{j-1}+1}^J \left( \frac{\partial}{\partial \lambda_l} \prod_{j=k+1}^J \lambda_{i_j} \right), \quad k = \overline{0, J-1};$$

$$\frac{\partial a_k}{\partial \lambda_l} = \sum_{i_{k+2}=1}^{k+2} \sum_{i_{k+3}=i_{k+2}+1}^{k+3} \dots \sum_{i_j=i_{j-1}+1}^J \left[ \frac{\partial}{\partial \lambda_l} \left( \prod_{j=k+2}^J \lambda_{i_j} \right) \left( \beta_{\text{эф}} - \sum_{j=k+2}^J \beta_{i_j} \right) \right], \quad k = \overline{0, J-1};$$

$$\frac{\partial a_k}{\partial \beta_l} = \sum_{i_{k+2}=1}^{k+2} \sum_{i_{k+3}=i_{k+2}+1}^{k+3} \dots \sum_{i_j=i_{j-1}+1}^J \left[ \frac{\partial}{\partial \beta_l} \left( \beta_{\text{эф}} - \sum_{j=k+2}^J \beta_{i_j} \right) \left( \prod_{j=k+2}^J \lambda_{i_j} \right) \right], \quad \beta_l = d \beta_{\text{эф}}, \quad k = \overline{0, J-1}.$$

Сложность элементного состава аппаратной реализации реактиметра характеризуется количеством параметров и операторов  $s$  (или  $z$ ) в передаточных функциях. Число параметров определяет количество умножителей в схемной реализации, а число операторов – количество интеграторов (в аналоговой реализации) или элементов задержки (в цифровой). Эти характеристики определяют и число арифметических операций в соответствующих программах вычисления реактивности.

Дискретный аналог параллельной структурной формы (7) следует из условия совпадения переходных характеристик аналоговой и дискретной реализаций линейной части реактиметра:

$$H(z) = Tz \sum_{j=1}^J d_j / (z + z_j), \quad z_j = -\exp(-\lambda_j T), \quad (10)$$

где  $T$  – шаг дискретизации. На основе этой ПФ строятся дискретные аналоги передаточных функций (8), (9). Программы вычисления параметров указанных ПФ и соответствующих коэффициентов чувствительности к вариациям констант запаздывающих нейтронов приведены в работе [35]. Передаточной функции (10) соответствует следующая система разностных уравнений для оценки интеграла запаздывающих нейтронов в уравнении (5):

$$x_k^j = T d_j v_k - z_j x_{k-1}^j, \quad x_{-1}^j = 0, \quad j = \overline{1, J}, \quad Y_k = \sum_{j=1}^J x_k^j.$$

Различные варианты подобной одношаговой дискретизации (квадратурной формулы) используются в уравнении цифрового реактиметра – обращенном решении уравнения кинетики [3, 4]. Их преимуществом являются возможность распараллеливания вычислений и фиксированное число операций на каждом шаге. Последнее обеспечивается разделением переменных в ядре (4), что обусловлено экспоненциальной структурой ядра.

Дискретный аналог прямой ПФ (8) можно записать в виде произведения  $H(z) = T[B(z)]^{-1}A(z)$ , где

$$A(z) = \sum_{j=0}^{J-1} \mu_j z^{-j}, \quad B(z) = 1 + \sum_{j=1}^J \gamma_j z^{-j}, \quad (11)$$

и входной сигнал обрабатывается вначале блоком  $A(z)$ . В таком случае оценка ИЗН есть

$$Y_k = T \sum_{j=0}^{J-1} \mu_j v_{k-j} - \sum_{j=1}^J \gamma_j Y_{k-j}. \quad (12)$$

Заменяв отсчеты ИЗН в (12) через переменные уравнения (5), получим уравнение для интенсивности генерации мгновенных нейтронов  $u(t) = r(t)n(t)$

$$u_k = \sum_{j=0}^J \eta_j v_{k-j} - \sum_{j=0}^J \gamma_j u_{k-j} - q_k. \quad (13)$$

Оно позволяет уменьшить количество операций при вычислении реактивности  $r_k = u_k/n_k$ .

Изменение порядка обработки входного сигнала путем перестановки блоков  $A(z)$  и  $B(z)$  дает *каноническую структурную форму*, которой соответствуют разностные уравнения

$$x_k = v_k - \sum_{j=1}^J \gamma_j x_{k-j}, \quad Y_k = T \sum_{j=0}^{J-1} \mu_j x_{k-j}. \quad (14)$$

В данном случае запоминается только входной сигнал  $x_k$ , это уменьшает число элементов задержки вдвое. Аналогичный результат получается при попарной группировке слагаемых с одинаковым индексом в уравнениях (12) или (13). Для уравнения (12) имеем

$$Y_k = \sum_{j=0}^J (T \mu_j v_{k-j} - \gamma_j Y_{k-j}), \quad \gamma_0 = 0, \quad \mu_J = 0.$$

Здесь каждый вычислительный блок (выражение в скобках) использует отдельный сумматор, но возможный выигрыш заключается в том, что эти блоки могут работать параллельно. Эту схему уместно назвать *симметризованной*, поскольку входные и выходные величины фигурируют в основном вычислительном блоке сходным образом, проходя через общие элементы задержки.

*Каскадные структурные формы* реализуются, когда по крайней мере один из полиномов ПФ разложен на множители. При использовании в знаменателе  $B(z)$  дискретной ПФ (11) только линейных множителей (10) каскадная форма описывается уравнениями

$$x_k = T \sum_{j=0}^{J-1} \mu_j v_{k-j}, \quad y_k^0 = x_k, \quad y_k^j = y_k^{j-1} - z_j y_{k-1}^j, \quad j = \overline{1, J}, \quad Y_k = y_k^J$$

или

$$y_k^0 = v_k, \quad y_k^j = y_k^{j-1} - z_j y_{k-1}^j, \quad j = \overline{1, J}, \quad Y_k = T \sum_{j=0}^{J-1} \mu_j y_{k-j}^j,$$

Такую форму уместно назвать *каскадной по выходу*. Аналогично, *каскадная по входу форма* получается при разложении на множители числителя  $A(z)$  с сохранением знаменателя  $B(z)$  в виде (11).

Каскадные формы представляют интерес, поскольку для аппаратной реализации можно использовать стандартные билинейные или биквадратные блоки [2]. Однако при этом групповые параметры запаздывающих нейтронов должны быть известны.

*Решетчатая структурная форма* является вариантом каскадной реализации, не требующей знания нулей и полюсов передаточных функций. Для получения решетчатой структуры строится всепропускающий фильтр на основе знаменателя  $B(z)$  прямой ПФ (11), т.е. фильтр с передаточной функцией  $C(z)/B(z)$ , числитель которой  $C(z)$  содержит зеркально переставленные коэффициенты полинома  $B(z)$ :  $c_j \rightarrow b_{J-j}$ .

Из характеристического свойства всепропускающего фильтра

$$\frac{C^j(z)}{B^j(z)} = \left( q^j + z^{-1} \frac{C^{j-1}(z)}{B^{j-1}(z)} \right) / \left( 1 - z^{-1} q^j \frac{C^{j-1}(z)}{B^{j-1}(z)} \right), \quad j = \overline{J, 1} \quad (15)$$

следуют уравнения связи каскадов решетки

$$\begin{pmatrix} C^j \\ B^j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z^{-1} & q^j \\ z^{-1}q^j & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C^{j-1} \\ B^{j-1} \end{pmatrix}$$

и алгоритм вычисления каскадных коэффициентов  $q^j$ :

$$q^j = b_j^j, \quad C^j(z) = z^{-j}B^j(z \rightarrow 1/z), \quad \text{т.е. } c_j^j = b_{j-j}^j,$$

$$B^{j-1}(z) = (B^j(z) - q^j C^j(z)) / (1 - q^j q^j), \quad j = J, J-1, \dots, 1.$$

Здесь верхний индекс указывает номер каскада, а нижний – номер коэффициента в полиноме.

Согласно характеристическому свойству (15), входы смежных каскадов связаны следующим образом:  $x^{j-1}(z) = [B^{j-1}(z)/B^j(z)] x^j(z)$ .

Поэтому вход  $j$ -го каскада связан с входным сигналом реактиметра  $v(z) = x^j(z)$  соотношением  $x^j(z) = [B^j(z)/B(z)] v(z)$ . Отсюда следует, что выход  $j$ -го каскада (равный  $y^j(z) \equiv [C^j(z)/B^j(z)] x^j(z)$ ) связан с входным сигналом реактиметра  $v(z)$  как  $y^j(z) = [C^j(z)/B(z)] v(z)$ . Последнее соотношение означает, что схему, эквивалентную ПФ (11), можно реализовать, просуммировав выходы  $y^j(z)$  с подходящими весами  $p_j$ , и получить оценку ИЗН

$$Y_k = \sum_{j=1}^J p_j y_k^j.$$

Веса  $p_j$  находятся из представления числителя ПФ (11) как суммы

$$A(z) = \sum_{j=1}^J p_j C^j(z)$$

путем решения системы линейных уравнений, связывающих коэффициенты полиномов  $A(z)$  и  $C^j(z)$  при соответствующих степенях. Описанная решетчатая структура обеспечивает устойчивость решения и малую чувствительность к погрешностям коэффициентов [34].

*Лестничная структурная форма* также относится к каскадному типу. Путем стандартных преобразований, основанных на интерпретации выражений (8), (11) в терминах передаточных функций двухполюсников и четырехполюсников, она позволяет свести описание аппаратурной функции реактиметра к трем параметрам. Лестничная схема может быть получена путем интерпретации передаточной функции (8) как импеданса  $H = E/I$  некоторого двухполюсника, в котором по шагам выделяются отдельные звенья. На первом шаге двухполюсник рассматривается как две последовательные ветви с сопротивлением  $Z_1$  и проводимостью  $Y^*$ , так что  $E = HI = IZ_1 + I/Y^*$ . На втором шаге ветвь с проводимостью  $Y^*$  представляется параллельными ветвями с сопротивлениями  $Z_2$  и  $Z^*$ , так что  $HI = IZ_1 + I/(1/Z_2 + 1/Z^*)$ . Таким путем формируется одно звено лестничной схемы. Затем эти две операции повторяются применительно к очередной ветви с сопротивлением  $Z^*$  и т.д. Подобное формирование схемы соответствует процедуре вычисления коэффициентов  $Z_i$  путем разложения ПФ (8) в цепную дробь:

$$H = E/I = A/B = [Z_1(Z_2 + Z^*) + Z_2 Z^*] / (Z_2 + Z^*) = Z_1 + 1/(1/Z_2 + 1/Z^*).$$

Такие построения не являются однозначными. Возможны различные варианты эквивалентных схем, приводящие к уменьшению числа звеньев при надлежащем выборе сопротивлений  $Z_i$ . В частности,  $n$ -звенная лестничная схема, которая получается после завершения разложения в цепную дробь по описанному алгоритму, может рассматриваться как нагруженный каскад четырехполюсников, каждый из ко-



торых состоит из сопротивления  $Z_i$ , включенного последовательно, и сопротивления  $Z_{2i}$ , включенного параллельно нагрузке. Такая схема описывается передаточной матрицей, вычисленной как произведение передаточных матриц четырехполюсников:

$$\mathbf{T} = \prod_1^n \begin{pmatrix} 1 + Z_i / Z_{2i} & Z_i \\ 1 / Z_{2i} & 1 \end{pmatrix}.$$

Элементы этой матрицы  $t_{ij}$  позволяют вычислить параметры эквивалентного четырехполюсника. В частности, параметры эквивалентной П-схемы равны  $Z_1 = t_{12} / (t_{22} - 1)$ ,  $Z_2 = t_{12}$ ,  $Z_3 = t_{12} / (t_{11} - 1)$ .

Согласно интерпретации передаточной функции  $H$ , принятой при построении лестничной схемы, входным сигналом является ток  $I$  на входе каскада, а выходным сигналом – напряжение  $E$  на входе каскада. Поэтому в случае П-схемы получаем  $H = E/I = Z_1(Z_2 + Z_3) / (Z_1 + Z_2 + Z_3)$ .

Аналогичные процедуры применимы к дискретной ПФ прямой структурной формы, числитель и знаменатель которой представлены полиномами (11). Для них первый шаг разложения ПФ в цепную дробь дает

$$H(z) = 1 / (c_1 z^{-1} + 1/H_1(z)),$$

где  $H_1(z) = A(z)/Q_1(z)$ ,  $Q_1(z)$  – остаток от деления полиномов  $B(z)/A(z)$ ,  $c_1$  – вещественный коэффициент.

В таком случае интеграл запаздывающих нейтронов  $Y_k = H_1(z)(Tv_k - c_1 Y_{k-1})$ . Это преобразование выделяет в схеме звено отрицательной обратной связи – слагаемое  $c_1 Y_{k-1}$ . Поскольку степень полинома  $A(z)$  выше степени полинома  $Q_1(z)$ , то на втором шаге получаем разложение  $H_1(z) = c_2 + H_2(z)$ , выделяя в схеме параллельную ветвь с коэффициентом передачи  $c_2$ . Затем повторяем первый шаг преобразования применительно к передаточной функции  $H_2(z)$  и т.д.

### ИДЕНТИФИКАЦИЯ АППАРАТУРНОЙ ФУНКЦИИ РЕАКТИМЕТРА

Параметры описанных выше схемных решений могут быть идентифицированы по экспериментальным данным, что решает задачу адаптации реактиметра. При этом возможно уменьшение количества элементов схемы, если обнаруживается, что идентификация дает нулевые значения для соответствующих параметров.

Идентификация аппаратурной функции реактиметра выполняется наиболее просто (с вычислительной точки зрения) для нерекурсивной структурной формы

$$H(z) = T \sum_{l=0}^m c_l z^{-l}$$

в ситуации, когда выход реактора из стационарного состояния обусловлен мгновенным импульсным или ступенчатым возмущением реактивности или источника. В таком случае из уравнения (5) следует выражение для непосредственной оценки аппаратурной функции:

$$h_k = -[v_k + \sum_{l=1}^{k-1} (A_{k,k-l} v_{k-l}) \cdot h_l] / (A_{k,0} v_0), \quad k = 1, 2, \dots$$

Применительно к методу мгновенно удаляемого источника эта формула принимает вид

$$h_k = n_k / n_0 - v_k / v_0 - \sum_{l=1}^{k-1} (v_{k-l} / v_0) \cdot h_l, \quad k = 1, 2, \dots$$

если ИЗН вычисляется методом прямоугольников и замеры выполняются с шагом одна секунда. Примеры такой идентификации приведены в работе [26]. Недостатки



этой методики обусловлены возможностью ее применения только в особых режимах функционирования ЯР и необходимостью специальной постановки идентифицирующих экспериментов.

В работе [33] описаны результаты шумовой идентификации нерекурсивной аппаратурной функции реактиметра методом Бурга [34]. В методе Бурга вычисляются также каскадные коэффициенты упомянутой выше решеточной структурной формы, а используемый критерий адекватности позволяет найти оптимальное число каскадов без пересчета ранее найденных коэффициентов. Данная методика представляется наиболее привлекательной, поскольку может использоваться для получения оценок в реальном времени в стационарных режимах работы ядерного реактора, а также обеспечивает непосредственную идентификацию двух типов схемных решений.

Выполнив идентификацию нерекурсивной формы, можно найти параметры прямой структурной формы (11) согласно аппроксимации Паде [36]:

$$\sum_{l=0}^m c_l z^{-l} = (1 + \sum_{j=1}^J \gamma_j z^{-j}) / \sum_{j=0}^{J-1} \mu_j z^{-j}.$$

### УЧЕТ НАЧАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ ПРИ ВКЛЮЧЕНИИ РЕАКТИМЕТРА

Уравнение (1) получено в предположении, что до момента  $t = 0$  реактор находился в стационарном состоянии (подкритическом или критическом):  $r(t)n(t) + Q(t) = 0$ ,  $I_{3H}(t) = 0$  при  $t < 0$ . В таком случае начальное условие для решения прямой задачи кинетики по уравнению (1) всегда имеет стандартный вид  $v(0) = r(0)n(0) + Q(0)$ , где  $r(0)$ ,  $Q(0)$  – начальные скачки реактивности или источника, обуславливающие выход реактора из стационарного режима. В обратной задаче следует рассматривать общий случай, полагая, что в момент включения реактиметра ИЗН не равен нулю, поскольку текущее значение ИЗН определяется предшествующим поведением мощности на интервале памяти переходных характеристик  $h(t)$  или  $g(t)$ .

Оценка накопленного ИЗН может быть получена на основе принципа динамического подобия предыстории, согласно которому в рамках принятой модели предшествующее поведение системы и его начальные условия можно выбирать любыми, если они приводят к наблюдаемому текущему состоянию. В рассматриваемой задаче текущее состояние реактора – это мощность реактора и скорость ее изменения в момент включения реактиметра  $t$ . Если, в частности, полагать, что в указанное состояние реактор приведен из стационарного путем экспоненциального роста мощности с периодом, равным текущему мгновенному периоду  $p(t) = 1/\alpha(t)$ , то оценка реактивности в момент  $t$  определяется уравнением обратных часов в преасимптотической форме:

$$r(t) = \alpha(t) \left\{ 1 + (\beta_{эф} / \Lambda) \sum_{j=1}^J (d_j / (\alpha(t) + \lambda_j)) [1 - \exp(-(\alpha(t) + \lambda_j)t)] \right\}.$$

Здесь нижняя оценка реактивности (в  $\Lambda$ -шкале), равная  $\alpha(t)$ , следует из предположения, что реактиметр включен в момент выхода ЯР из стационарного состояния. Если же полагать, что экспоненциальный разгон длился бесконечно долго ( $t = \infty$ ) до момента включения реактиметра, то получаем верхнюю оценку

$$r(t) = \alpha(t) \cdot [1 + (\beta_{эф} / \Lambda) \sum_{j=1}^J d_j / (\alpha(t) + \lambda_j)] \approx \alpha(t) \cdot (\beta_{эф} / \Lambda) \cdot T_{зап},$$

где  $T_{зап}$  – время жизни запаздывающих нейтронов. Эта оценка мажорирует оценки, соответствующие любому другому пути перехода в текущее состояние. Она может только зависеть реальное значение реактивности и поэтому удовлетворяет требованиям ядерной безопасности.

Приближенное выражение в последней формуле применимо в любых схемных решениях для задания значения реактивности в момент включения реактиметра. Оно соответствует типичным уставкам по периоду удвоения  $T_2 > 10$  с (тогда можно пренебречь величиной  $\alpha$  в знаменателе приведенных формул) и характерным значением времени генерации (позволяющим пренебречь первым слагаемым, т.е. единицей). Наличие в конструкции цифрового реактиметра возможности подобных оценок позволяет сократить время вывода реактиметра на рабочий режим до нуля.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. В терминах структурных форм передаточных функций линейной части реактиметра описаны возможные варианты схемной реализации реактиметров. Дискретные ПФ получены из условия совпадения переходных характеристик аналоговой и дискретной реализаций линейной части реактиметра. Приведены соответствующие разностные уравнения, структура которых определяет количество необходимых умножителей, элементов памяти и сумматоров в аппаратной реализации реактиметра.

2. Представленные разностные уравнения могут использоваться как для вычисления реактивности, так и для расчета динамики мощности реактора. Это унифицирует прямую и обратную задачи динамики ЯР и обеспечивает согласованность замеров и расчетов реактивности.

3. Указаны алгоритмы идентификации параметров передаточных функций, обеспечивающие адаптацию реактиметра в эксплуатационных условиях. С точки зрения простоты вычислений наиболее привлекательным схемным решением является не-рекурсивная структурная форма.

4. Приведены соотношения, связывающие коэффициенты различных структурных форм ПФ. Выполнен расчет коэффициентов передаточных функций. Текущий массив параметров передаточных функций реактиметра размещен на общедоступном сайте.

5. Предложенная форма уравнения реактиметра не требует, в силу линейности основного вычислительного блока, перехода к уравнениям малых возмущений, традиционно используемым [37] при анализе возмущений реактивности.

В качестве дальнейших задач по рассмотренной теме уместно указать следующие:

- построение передаточных функций цифрового реактиметра на основе различных методов дискретизации, например, использующих билинейное преобразование или  $z$ -формы [38];
- расчет параметров возможных схемных решений для известных систем констант запаздывающих нейтронов;
- сравнительный анализ предложенных алгоритмов и схемных решений с точки зрения качества подавления шумов;
- вывод дисперсионных уравнений реактиметра [39] применительно к различным структурным формам передаточных функций реактиметра;
- обобщение приведенных разностных уравнений на многоточечные модели динамики ЯР;
- сравнительный анализ описанных схемных решений применительно к конкретной элементной базе.

## Литература

1. Woschni E.-G. Measuring-Dynamics, an Introduction to the Theory of Dynamic Measurements. – Leipzig: S. Hirzel Verlag, 1964. – 168 p. (in German).
2. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. – СПб.: Питер, 2003. – 608 с.
3. Юферов А.Г. Библиография по разработкам реактиметров и методам измерения реактивности в ФЭИ. Обзор ФЭИ-295. – М.: ЦНИИАтоминформ, 2003. – 39 с.

4. *Литицкий В.А., Бондаренко В.В., Куприянова И.А.* Методы и средства измерения реактивности размножающих сред. Часть 3. Инверсионно-кинетические методы. / Обзор ФЭИ ОБ-153. – Обнинск: ФЭИ, 1982. – 42 с.
5. *Остапенко В.В., Шостак А.З.* Автоматическое измерение реактивности на реакторе ИРТ-М. / Отчет ИАЭ-3956. – М.: ИАЭ, 1966. – 42 с.
6. *Воронин А.А., Остапенко В.В.* Автоматизация измерений реактивности. / Препринт ИАЭ-1689. – М., 1968. – 16 с.
7. *Вьюшин А.Н., Волегов В.В.* Некоторые вопросы использования аналогового реактиметра применительно к измерениям на критических сборках. / Отчет ИАЭ-3956. – М., 1969. – 30 с.
8. *Punch B., Schwiegger E.A.* Digital Reactimeter. // Kerntechnik. – 1975. – Vol. 12. – PP. 537-539.
9. *Kim A.J.* The design, construction, and testing of a reactimeter. – Virginia Polytechnic Institute, 1977. Электронный ресурс: [https://vtechworks.lib.vt.edu/bitstream/handle/10919/64041/LD5655.V855\\_1977.J656.pdf](https://vtechworks.lib.vt.edu/bitstream/handle/10919/64041/LD5655.V855_1977.J656.pdf) (дата доступа 05.07.2019).
10. *Peterson B.R., Larson H.A.* A practical power-reactor reactivity meter. Proc. of the Symposium «Nuclear Power Plant Control and Instrumentation 1978», Cannes, 24-28 April 1978. – Vienna: IAEA, 1978. Vol. II. – PP. 483-500.
11. *Сарылов В.Н., Воскресенский Ф.Ф., Горбунов А.Н.* Цифровые реактиметры. // Атомная техника за рубежом. – 1979. – № 11. – С. 19-24.
12. *Алексаков Г.Н., Федоров В.А., Алферов В.П., Лыжин С.А.* Реактиметр. / Авторское свидетельство на изобретение № 1144534, 1985.
13. Вычислитель реактивности и периода ВРП-8. Техническое описание. – Обнинск: ФЭИ, 1987. – 59 с.
14. Реактиметр ЦВР-10. Описание типа средства измерений. ФЭИ, 2005. 3с. Электронный ресурс: [kir-guide.ru/docs/18710-99.pdf](http://kir-guide.ru/docs/18710-99.pdf) (дата доступа 05.07.2019).
15. *Полозов С.А., Сикорин С.Н.* Цифровой реактиметр на базе микроЭВМ и аппаратуры КА-МАК. // Вестник АН БССР. Сер. Физико-энергетические науки. – 1987. – № 4. – С. 87-92.
16. *Грачев А.В., Канунников В.С., Кулабухов Ю.С., Матвеев И.П., Милованов Ю.Л., Шипилов Е.Н., Шокодъко А.Г.* Цифровой реактиметр для ядерных реакторов. // Атомная энергия. – 1986. – Т. 61. – Вып. 2. – С. 110-113.
17. *Аксенов В.А., Анашин А.М., Грибакин С.Н., Дикарев В.С., Крылатых Е.И., Карасев И.Б., Мешков В.К., Никифоров Б.Н., Сыччинский Ю.Л., Шермаков В.Е.* Широкодиапазонный реактиметр для исследовательских реакторов и критических стенов. // Атомная энергия. – 1990. – Т. 69. – Вып. 3. – С. 150-153.
18. *Volkov Yu.V., Petrosov T.G., Klinov D.A., Ukraintsev V.F., Slemenichs Y.V., Moniri M.* Tests of digital reactimeter with 15 groups of delayed neutrons in experiments on ZPR. // Известия вузов. Ядерная энергетика. – 1999. – № 4. – С. 38-47.
19. Rolls-Royce reactivity-meter-tcm92-50341. Technical characteristics. Rolls-Royce, 2010. 2 p.
20. *Литицкий В.А., Жуков А.М.* Устройство для измерения реактивности ядерного реактора. Патент РФ № 2474891, 2013.
21. *Воронин А.А., Сивоконь В.П., Шикалов В.Ф.* Разработка модели ядерного реактора для измерения реактивности. // ВАНТ. Серия: Физика и техника ядерных реакторов. – 1985. – Вып. 5. – С. 78-80.
22. *Сивоконь В.П., Позняков В.В.* Особенности нейтронной кинетики реактора с неравномерным распределением делящихся изотопов. // Атомная энергия. – 1990. – Т. 69. – Вып. 5. – С. 330-332.
23. Реактиметр ЦВР-11. Описание типа средства измерений. Электронный ресурс: <http://nd-gsi.ru/grsi/560xx/56541-14.pdf> (дата доступа 05.07.2019).
24. *Фадеев А.Н., Моисеев И.Ф.* Способ настройки цифровых реактиметров на текущее состояние реактора по составу делящихся элементов топлива. Патент РФ № 2244352, 2005.
25. *Юферов А.Г., Ибрагимов Р.Л.* Реактиметр как адаптивный цифровой фильтр. // Атомная энергия. – 2005. – Т. 98. – Вып. 4. – С. 253-260.
26. *Юферов А.Г.* К задаче идентификации интегральных уравнений кинетики. // Известия вузов. Ядерная энергетика. – 2005. – № 4. – С. 25-34.
27. *Keepin G.R.* Physics of Nuclear Kinetics. – Addison-Wesley Publ. Co, 1965. – 435 p.

28. Ланцош К. Практические методы прикладного анализа. – М.: Мир, 1961. – 524 с.
29. Рекомендации по сопоставлению рассчитанной и измеренной реактивности при обосновании ядерной безопасности реакторных установок типа ВВЭР. Методический документ. – М.: ФГУ НТЦ ЯРБ, 2011. – 21 с.
30. Юферов А.Г. Квадратурные формулы для интегральных уравнений кинетики и цифровых реактиметров // Известия вузов. Ядерная энергетика. – 2017. – № 2. – С. 93-105.
31. Юферов А.Г. Унификация прямой и обратной задач кинетики ядерного реактора. / Препринт ФЭИ-3165. – Обнинск: ФЭИ, 2009. – 36 с.
32. Кошелев А.С., Колесов В.Ф. Единицам измерения реактивности – удобные для практического использования наименования. // Атомная энергия. – 1992. – Т. 72. – Вып. 3. – С. 266-267.
33. Юферов А.Г. Шумовая идентификация переходной характеристики запаздывающих нейтронов. // Атомная энергия. – 2012. – Т. 113. – Вып. 4. – С. 235-237.
34. Марпл С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. – М.: Мир, 1990. – 584 с.
35. Юферов А.Г. Расчет дробно-рациональной передаточной функции реактиметра. / Препринт ФЭИ-3091. – Обнинск: ФЭИ, 2007. – 35 с.
36. Виноградов В.Н., Гай Е.В., Работнов Н.С. Аналитическая аппроксимация данных в ядерной и нейтронной физике. М.: Энергоатомиздат, 1987. – 128 с.
37. Hetrick D.L. Dynamics of Nuclear Reactors. The University of Chicago Press, 1971. – 542 p.
38. Кuo B. C. Digital Control Systems. – N.Y.: Holt, Rinehart and Winston Inc., 1980. – 730 p.
39. Юферов А.Г. Дисперсионное уравнение реактиметра // Известия вузов. Ядерная энергетика. – 2016. – № 3. – С. 30-41.

Поступила в редакцию 08.07.2019 г.

**Автор**

Юферов Анатолий Геннадьевич, доцент, канд. физ.-мат. наук  
E-mail: anatoliy.yuferov@mail.ru

UDC 621.039.515:621.039.516.2:621.039.514.4

**CIRCUIT SOLUTIONS OF REACTIMETERS**

Yuferov A.G.

Obninsk Institute for Nuclear Power Engineering, NRNU «MEPhI»  
1 Studgorodok, Obninsk, Kaluga reg., 249040, Russia

**ABSTRACT**

From the standpoint of the general theory of measuring devices and the theory of digital filters, a numbers of questions are considered of a comparative analysis of possible options for algorithmic and circuit realizations of reactimeters. In terms of transient characteristics and transfer functions, the block diagrams of the linear part of the reactimeter are described, as well as the functional algorithms and numerical implementation. Parallel, straight, canonical, symmetrized, lattice and ladder schemes are considered. The corresponding difference equations are given. These results make it possible to compare possible circuit solutions from the point of view of a number of criteria: the complexity of the elemental composition (the number of integrators, adders, multipliers, delay elements), the number of necessary computing operations, the identifiability of the hardware function of the reacimeter, the coherence of the calculated and measured values, the sensitivity to parameter errors etc. The possibility of considering the equations of the reactimeter as autoregressive, which provides the adaptation of the reactimeter under operating conditions, is shown. To ensure the consistency of the calculated and measured reactivity values, the possibility of using

identical algorithms in the main computing unit of the direct and inverse problems of nuclear reactor kinetics is shown. The suggested upper and lower reactivity assessments for the reactimeter' inclusion moment. The implementation of such assessments in the design of the reactimeter allows to minimize the time for the switchover of the reactimeter to the operating mode. For the construction of ladder and lattice circuits some methodical simplifications were used. The database with the parameters of the instrumental functions of the circuit solutions of the reactimeters is available on a public website. A number of tasks and directions for further research are indicated.

**Key words:** reactimeter, instrumental function, circuit design, variant analysis.

#### REFERENCES

1. Woschni E.-G. *Measuring-Dynamics, an Introduction to the Theory of Dynamic Measurements*. Leipzig. S. Hirzel Verlag, 1964, 168 p. (in German).
2. Sergienko A.B. *Digital Signal Processing*. Saint Petersburg. Piter Publ., 2003, 608 p. (in Russian).
3. Yuferov A.G. *Bibliography on the Development of Reactimeters and Methods for Measuring Reactivity in the IPPE*. Review GNC RF-FEI-295. Moscow. TsNIIAtominform Publ., 2003, 39 p. (in Russian).
4. Lititsky V.A., Bondarenko V.V., Kupriyanova I.A. *Methods and Tools for Measuring the Reactivity of Breeding Media. Part 3. Inversion-Kinetic Methods*. Review FEI-153. Obninsk. FEI Publ., 1982, 42 p. (in Russian).
5. Ostapenko V.V., Shostak A.Z. *Automatic Measurement of Reactivity at the IRT-M Reactor*. Report IAE-3956. Moscow. IAE n.a. Kurchatov Publ., 1966, 42 p. (in Russian).
6. Voronin A.A., Ostapenko V.V. *Automation of Reactivity Measurements*. Preprint IAE-1689. Moscow. IAE n.a. Kurchatov Publ., 1968. 16 p. (in Russian).
7. Vyushin A.N., Volegov V.V. *Some issues of using an analog reactimeter for measurements on critical assemblies*. Report IAE-3956. Moscow. IAE n.a. Kurchatov Publ., 1969, 30 p. (in Russian).
8. Punch B., Schwegger E.A. Digital Reactimeter. *Kerntechnik*, 1975, v. 12, pp. 537-539.
9. Kim A.J. The Design, Construction, and Testing of a Reactimeter. Virginia Polytechnic Institute, 1977. Available at: [https://vtechworks.lib.vt.edu/bitstream/handle/10919/64041/LD5655.V855\\_1977.J656.pdf](https://vtechworks.lib.vt.edu/bitstream/handle/10919/64041/LD5655.V855_1977.J656.pdf) (accessed Jul. 05, 2019).
10. Peterson B.R. Larson H.A. A Practical Power-Reactor Reactivity Meter. *Proc. of the Symposium «Nuclear Power Plant Control and Instrumentation 1978», Cannes, 24-28 April 1978*. Vienna: IAEA, 1978, v. II, pp. 483-500.
11. Sarylov V.N., Resurrection F.F., Gorbunov A.N. Digital reactimeters. *Atomnaya tekhnika za rubezhom*. 1979, no. 11, pp. 19-24 (in Russian).
12. Aleksakov G.N., Fedorov V.A., Alferov V.P., Lyzhin S.A. *Reactimeter*. Copyright certificate for the invention no. 1144534, 1985 (in Russian).
13. Calculator of Reactivity and Period of VRP-8. Technical description. Obninsk. FEI Publ., 1987, 59 p. (in Russian).
14. Reactimeter CVR-10. Description of the Measurement Instrument Type. Obninsk. IPPE Publ., 2005, 3 p. Available at: <http://www.kip-guide.ru/docs/18710-99.pdf> (accessed Jul. 05, 2019) (in Russian).
15. Polozov S.A., Sikorin S.N. Digital reactimeter based on microcomputers and CAMAC equipment. *Vestnik AN BSSR. Ser. Fiziko-Energeticheskie Nauki*, 1987, no. 4, pp. 87-92 (in Russian).
16. Grachev A.V., Kanunnikov V.S., Kulabukhov Yu.S., Matveenko I.P., Milovanov Yu.L., Shipilov E.N., Shokodko A.G. Digital reactimeter for nuclear reactors. *Atomnaya Energiya*, 1986, v. 61, iss. 2, pp. 110-113 (in Russian).
17. Aksenov V. A., Anashin A. M., Gribakin S. N., Dikarev V. S., Krylatykh E. I., Karasev I. B., Meshkov V. K., Nikiforov B. N., Yu. L. Sychinsky, V. Ye. Shermakov. Wide-range Reactimeter for Research Reactors and Critical Stands. *Atomnaya energiya*, 1990, v. 69, iss. 3, pp. 150-153 (in Russian).



18. Volkov Yu.V., Petrosov T.G., Klinov D.A., Ukraintsev V.F., Slemenitchs Ya.V., Moniri M. Tests of digital reactimeter with 15 groups of delayed neutrons in experiments on ZPR. *Izvestia Vysshikh Uchebnykh Zawedeniy. Yadernaya Energetika*. 1999, no. 4, pp. 38-47 (in Russian).
19. Rolls-Royce reactivity-meter-tcm92-50341. Technical characteristics. Rolls-Royce, 2010. 2 p.
20. Lititsky V.A., Zhukov A.M. *A device for measuring the reactivity of a nuclear reactor*. Patent RF, no. 2474891, 2013 (in Russian).
21. Voronin A.A., Sivokon V.P., Shikalov V.F. Development of a model of a nuclear reactor for measuring reactivity. *VANT. Ser. Fizika i Tekhnika Yadernykh Reaktorov*, 1985, iss. 5, pp. 78-80 (in Russian).
22. Sivokon V.P., Poznyakov V.V. Features of the neutron kinetics of a reactor with an uneven distribution of fissile isotopes. *Atomnaya Energiya*, 1990, v. 69, no. 5, pp. 330-332 (in Russian).
23. Reactimeter CVR-11. Description of the Measurement Instrument Type. Available at: <http://nd-gsi.ru/grsi/560xx/56541-14.pdf> (accessed Jul. 05, 2019) (in Russian).
24. Fadeev A.N., Moiseev I.F. *The Method of Setting Digital Reactimeters to the Current State of the Reactor According to the Composition of Fissile Elements of Fuel*. Patent RF, no. 2244352, 2005 (in Russian).
25. Yuferov A.G., Ibragimov R.L. Reactimeter as an adaptive digital filter. *Atomnaya Energiya*, 2005, v. 98, iss. 4, pp. 253-260 (in Russian).
26. Yuferov A.G. To the problem of identification of integral equations of kinetics. *Izvestia Vysshikh Uchebnykh Zawedeniy. Yadernaya Energetika*. 2005, no. 4, pp. 25-34 (in Russian).
27. Keepin G.R. *Physics of Nuclear Kinetics*. Addison-Wesley Pub. Co, 1965, 435 p.
28. Lanczosh K. *Practical Methods of Applied Analysis*. Moscow. Mir Publ., 1961, 524 p. (in Russian).
29. *Recommendations on the Comparison of Calculated and Measured Reactivity in Justifying the Nuclear Safety of VVER-type Reactor Facilities*. Methodical document. Moscow. FGU NTT's YaRB Publ., 2011. 21 p. (in Russian).
30. Yuferov A.G. Quadrature Formulas for Integral Equations of Kinetics and Digital Reactimeters. *Izvestiya vuzov. Yadernaya energetika*. 2017, no. 2, pp. 93-105 (in Russian).
31. Yuferov A.G. *Unification of direct and inverse problems of nuclear reactor kinetics*. Preprint GNTs RF-FEI-3165. Obninsk. FEI Publ., 2009. 36 p. (in Russian).
32. Koshelev A.S., Kolesov V.F. Names for Reactivity Measurement Units that are Easy to Use. *Atomnaya Energiya*, 1992, v. 72, iss. 3, pp. 266-267 (in Russian).
33. Yuferov A.G. Noise Identification of the Transient Response of Delayed Neutrons. *Atomnaya Energiya*, 2012, v. 113, iss. 4, pp. 235-237 (in Russian).
34. Marple S.L. *Digital Spectral Analysis and its Applications*. Moscow. Mir Publ., 1990, 584 p. (in Russian).
35. Yuferov A.G. *Calculation of Reactimeter's Fractional-Rational Transfer Function*. Preprint GNTs RF-FEI-3091. Obninsk. GNTs RF-FEI Publ., 2007, 35 p. (in Russian).
36. Vinogradov V.N., Guy E.V., Rabotnov N.S. *Analytical Approximation of Data in Nuclear and Neutron Physics*. Moscow. Energoatomizdat Publ., 1987, 128 p. (in Russian).
37. Hetrick D.L. *Dynamics of Nuclear Reactors*. The University of Chicago Press, 1971, 542 p.
38. Kuo B.C. *Digital Control Systems*. N.Y. Holt, Rinehart and Winston Inc., 1980, 730 pp.
39. Yuferov A.G. Dispersion Equation of a Reactimeter. *Izvestiya vuzov. Yadernaya energetika*. 2016, no. 3, pp. 30-41 (in Russian).

#### Author

Yuferov Anatoliy Gennadyevich, Assistant Professor, Cand. Sci. (Phys.-Math.)  
E-mail: anatoliy.yuferov@mail.ru