

АНАЛИТИЧЕСКИЙ ВАРИАНТ РЕЗОНАНСНОЙ МОДЕЛИ СВЯЗАННЫХ КАНАЛОВ ДЛЯ РЕАКЦИИ $D + T \rightarrow {}^5\text{He}^{**} \rightarrow \alpha + n$ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ К ОПИСАНИЮ НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО D-T- И D- ${}^3\text{He}$ -РАССЕЯНИЯ

А.И. Годес, А.С. Кудрявцева*, В.Л.Шаблов

Обнинский институт атомной энергетики НИЯУ МИФИ
249040, Калужская обл., г. Обнинск, Студгородок, 1

* Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
115409, г. Москва, Каширское шоссе, 31



Сформулирован аналитический вариант резонансной модели связанных каналов, первоначально развитой для реакции термоядерного синтеза $D + T \rightarrow {}^5\text{He}^{**} \rightarrow \alpha + n$. Показано, что интеграл, входящий в знаменатель брейт-вигнеровского типа в амплитудах бинарных процессов в данной модели, мнимая часть которого задает зависящую от энергии парциальную ширину распада по околопороговому каналу D-T, может быть вычислен в явном виде с помощью формулы Бине для ψ -функции (логарифмической производной гамма-функции). Как следствие, установлена эквивалентность резонансной модели связанных каналов и приближения эффективного радиуса для системы заряженных частиц (приближение Ландау - Смородинского - Бете).

На основе полученных аналитических выражений для амплитуд реакции синтеза $D + T \rightarrow {}^5\text{He}^{**} \rightarrow \alpha + n$ и $D + {}^3\text{He} \rightarrow {}^5\text{Li}^{**} \rightarrow \alpha + p$ и экспериментальных данных по сечениям этих реакций найдены параметры резонансной модели связанных каналов и местоположения резонансного R и теневого S полюсов на нефизическом листе энергий:

$${}^5\text{He}^{**}: Z_R = 46.9 - i37.2 \text{ (кэВ)}, Z_S = 81.7 - i3.5 \text{ (кэВ)},$$

$${}^5\text{Li}^{**}: Z_R = 205.7 - i146.8 \text{ (кэВ)}, Z_S = 264.4 + i112.0 \text{ (кэВ)}.$$

Приведенные значения Z_R и Z_S согласуются с найденными ранее параметрами резонансного и теневого полюсов для состояний $J^\pi = (3/2)^+$ ядер ${}^5\text{He}$ и ${}^5\text{Li}$. Полученные результаты могут быть использованы для описания поведения рассматриваемых состояний ядер в случае их образования и распада в многочастичных ядерных реакциях в кулоновском и ядерном поле сопутствующих продуктов реакции.

Ключевые слова: термоядерные реакции, резонансная модель связанных каналов, полюса S-матрицы, резонансный и теневой полюса, состояния $J^\pi = (3/2)^+$ ядер ${}^5\text{He}$ и ${}^5\text{Li}$.

© А.И. Годес, А.С. Кудрявцева, В.Л.Шаблов, 2019

ВВЕДЕНИЕ

Важным источником информации о характеристиках нестабильных квантовых систем и динамике взаимодействия являются реакции, в конечном состоянии которых наряду с такими системами присутствуют другие частицы. Это особенно важно в случаях, когда изучаемую систему трудно или невозможно наблюдать в бинарных столкновениях, например, нейтронно-избыточные ядра ${}^9\text{He}$, ${}^{10}\text{He}$, ρ^0 , η^0 -мезоны и т.д. Однако при этом возникает проблема другого рода, связанная с тем, что процесс образования и распада нестабильной системы протекает под влиянием кулоновского и ядерного полей сопутствующих продуктов реакции, что приводит к отклонению наблюдаемых параметров резонанса от их значений в случае его изолированного возбуждения и распада. В частности, возможны изменение формы резонансной кривой, ее полуширины, сдвиг местоположения резонансного максимума и изменение соотношения ветвей распада резонанса по различным каналам, причем последнее является особенностью околопороговых резонансов [1 – 7]. В этих работах было показано, что упомянутые выше эффекты, в основном, связаны с влиянием кулоновского поля сопутствующих частиц на процесс распада резонанса.

Особый интерес представляют околопороговые резонансы [2, 6], для описания которых обычно используется так называемое приближение с шириной, зависящей от энергии [5, 8, 9]. В этом случае многочастичная \mathbf{S} -матрица рассеяния имеет в комплексной плоскости импульсов $2l + 1$ полюс (l – орбитальный момент резонанса), если резонанс отвечает паре фрагментов, по крайней мере, один из которых является нейтральным (за исключением случая s -волны, когда число полюсов равно двум), либо бесконечное число полюсов, если резонанс образует пара заряженных фрагментов. В обоих случаях среди этих полюсов один отвечает резонансу, а другой – так называемому «теневого» полюсу, причем наличие последнего может приводить к наблюдаемым физическим эффектам [10, 11]. Было обнаружено аномальное уширение резонансного пика, отвечающего второму возбужденному состоянию ядра ${}^5\text{He}$ по сравнению с величиной 70 кэВ при наблюдении этого резонанса в упругом столкновении $n + \alpha$ [12]. Авторы работы предположили, что обнаруженный эффект объясняется влиянием теневого полюса.

РЕЗОНАНСНАЯ МОДЕЛЬ СВЯЗАННЫХ КАНАЛОВ И ЕЕ СВЯЗЬ С ПРИБЛИЖЕНИЕМ ЭФФЕКТИВНОГО РАДИУСА

Рассмотрим вопрос об определении параметров резонансного и теневого полюсов, отвечающих второму возбужденному состоянию ядер ${}^5\text{He}^{**}$ и ${}^5\text{Li}^{**}$, на основе резонансной модели связанных каналов для реакции $D + T \rightarrow \alpha + n$ [13]. В рамках резонансной модели связанных каналов элемент \mathbf{S} -матрицы рассеяния S_{11} , отвечающий упругому D-T-рассеянию, имеет вид [13]

$$S_{11}(E) = e^{2i\sigma_0(E)} \left(1 - \frac{i\Gamma_1(E)}{E - E_0 - \gamma I(E) + i(\Gamma_1(E) + \Gamma_2)/2} \right), \quad (1)$$

где $\sigma_0(E)$ – s -волновая кулоновская фаза рассеяния; Γ_2 – ширина распада по каналу α - n ; $\Gamma_1(E)$ – зависящая от энергии ширина распада по каналу D-T: $\Gamma_1(E) = -2\gamma \text{Im} I(E)$. Функция $I(E)$ задана в виде

$$I(E) = \int_0^\infty \frac{k}{(k^2 + \beta^2)^2 (K^2 - k^2)} (e^{2\pi i \eta(k)} - 1)^{-1} dk, \quad (2)$$

где $K^2 = 2\mu(E + i0)/\hbar^2$; μ – приведенная масса системы D-T; $\eta(k) = e^2\mu/(\hbar^2 k) = (ka_c)^{-1}$

– кулоновский параметр этой системы; $a_c = \hbar^2/(e^2\mu)$ – боровский радиус для пары D-T. Величины $E_0, \Gamma_2, \beta, \gamma$ в (1), (2) являются параметрами модели. Из (2) выясняется, что ширина

$$\Gamma_1(E) = \pi\gamma(e^{2\pi\eta(K)} - 1)^{-1}/(K^2 + \beta^2)^2 = \gamma K C_0^2(K)/[2(K^2 + \beta^2)^2], \quad (3)$$

где $C_0^2(K) = 2\pi\eta(K)(e^{2\pi\eta(K)} - 1)^{-1}$ – гамовский множитель, имеет правильное пороговое поведение [8, 9]. Сечение реакции $D + T \rightarrow \alpha + n$ равно

$$\sigma_{DT \rightarrow \alpha n}(E) = 2\pi \cdot (3k_{DT}^2)^{-1} \cdot |S_{12}(E)|^2 = 2\pi \cdot (3k_{DT}^2)^{-1} \cdot (1 - |S_{11}(E)|^2) \quad (4)$$

или с учетом (1)

$$\sigma_{DT \rightarrow \alpha n}(E) = 2\pi\Gamma_1(E)\Gamma_2/\{3k_{DT}^2[(E - E_0 - \gamma\text{Re } I(E))^2 + (\Gamma_1(E) + \Gamma_2)^2/4]\}, \quad (4')$$

причем $k_{DT} = (2\mu E)^{1/2}/\hbar$. Интеграл $I(E)$, представленный выражением (2), удастся вычислить в явном виде с помощью формулы Бине для ψ -функции (логарифмической производной гамма-функции) [14]

$$\psi(z) = \frac{d \ln \Gamma(z)}{dz} = \ln z - \frac{1}{2z} - 2 \int_0^\infty dt \frac{t}{t^2 + z^2} (e^{2\pi t} - 1)^{-1} dt, \quad \text{Re}(z) > 0, \quad (5)$$

что в дальнейшем позволит непосредственно осуществить аналитическое продолжение элементов \mathbf{S} -матрицы на нефизический лист, не обращаясь к методу деформации контура, как это было сделано в [13].

Для вычисления $I(E)$ преобразуем знаменатели в (2)

$$[(k^2 + \beta^2)^2(K^2 - k^2)]^{-1} = (K^2 + \beta^2)^{-1}(k^2 + \beta^2)^{-1}[(K^2 - k^2)^{-1} + (k^2 + \beta^2)^{-1}]$$

и сделаем замену переменных $x = (ka_c)^{-1}$; в результате с учетом (5) получим

$$I(E + i0) = (K^2 + \beta^2)^{-1}(A_1 + A_2(E)), \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} A_1 &= [-(a_c\beta)^3/8 - (a_c\beta)^2/4 + a_c\beta\psi'(1/(a_c\beta))/4]/(a_c^2\beta^4), \\ A_2(E) &= (K^2 + \beta^2)^{-1}[A_3(E) - A_4], \\ A_3(E) &= -0.5\psi(i/(Ka_c)) + i\pi/4 + iKa_c/4 - 0.5\ln(Ka_c), \\ A_4 &= -0.5\psi(1/(a_c\beta)) - 0.5\ln(a_c\beta) - a_c\beta/4. \end{aligned} \quad (7)$$

Как следствие, выражение $E - E_0 - \gamma I(E) + i\Gamma_2/2$ можно записать в виде

$$\gamma\omega(K)/[4(K^2 + \beta^2)^2], \quad (8)$$

где функция

$$\begin{aligned} \omega(K) &= 2\psi(i/(Ka_c)) - iKa_c - 2\ln(i/(Ka_c)) - (4E_0\beta^4/\gamma + 4A_1\beta^2 - 4A_4 - i2\Gamma_2\beta^4/\gamma) - \\ &- (-2\hbar^2\beta^4/(\mu\gamma) + 8E_0\beta^2/\gamma - i4\Gamma_2\beta^2/\gamma + 4A_1)K^2 - \\ &- (-4\hbar^2\beta^2/(\mu\gamma) + 4E_0/\gamma - i2\Gamma_2/\gamma)K^4 + 2\hbar^2K^6/(\mu\gamma). \end{aligned} \quad (9)$$

Таким образом, полюса \mathbf{S} -матрицы рассеяния на нефизическом листе волновых чисел есть нули аналитической функции $\omega(K)$ при $K = k_1 - ik_2, \arg K < 0$.

Полученный результат позволяет установить связь резонансной модели связанных каналов с приближением эффективного радиуса для системы заряженных частиц при наличии поглощения [15,16]. В приближении эффективного радиуса для элемента \mathbf{S} -матрицы $S_{11}(E)$ вместо (1) записывается следующее выражение:

$$S_{11}(E) = e^{2i\sigma_0(E)}(\operatorname{ctg} \delta_0(K) + i)/(\operatorname{ctg} \delta_0(K) - i). \quad (10)$$

Ядерно-кулоновский сдвиг δ_0 задается с помощью соотношения [17]

$$D(K) \cdot \operatorname{ctg} \delta_0(K) + 2h(K) = -a_c/a_0 + 0.5r_0a_cK^2, \quad (11)$$

где a_0 – длина рассеяния; r_0 – эффективный радиус; $D(K) = 2\pi/[\exp(2\pi/(Ka_c)) - 1]$ – проницаемость кулоновского барьера; $h(K) = \operatorname{Re} \psi(i/(Ka_c)) + \ln(Ka_c)$.

Формула (11) есть приближение Ландау - Смородинского - Бете [17], причем при наличии поглощения длина рассеяния и эффективный радиус становятся комплексными величинами [15, 16].

Поскольку $D(K) = \pi \operatorname{cth}(\pi/(Ka_c)) - \pi$ и $\operatorname{Im} \psi(ix) = 0.5/x + \pi/2 \operatorname{cth} \pi x$, то имеет место равенство

$$\omega_1(K) = iD - D \operatorname{ctg} \delta_0(K) = 2\psi(i/(Ka_c)) + i/(Ka_c) - 2\ln(i/(Ka_c)) - \varphi(K^2) \quad (12)$$

с функцией $\varphi(K^2)$ вида

$$\varphi(K^2) = -a_c/a_0 + 0.5r_0a_cK^2 = \alpha_0 + \alpha_1a_c^2K^2 - i(\beta_0 + i\beta_1a_c^2K^2), \quad (12')$$

причем параметры β_0 и β_1 неотрицательны [15, 16]. Из (4'), (12) и (12') получаем

$$\sigma_{DT \rightarrow \alpha n}(E) = 8\pi(\beta_0 + \beta_1a_c^2K^2)D(K)/[3k_{DT}^2 |\omega_1(K)|^2], \quad K = k_{DT}. \quad (13)$$

Сопоставление функций $\omega(K)$ и $\omega_1(K)$ показывает, что если в (9) пренебречь членами, пропорциональными K^4 и K^6 , то между параметрами обсуждаемых моделей можно установить связь вида

$$\begin{aligned} \beta_0 &= 2\Gamma_2\beta^4/\gamma, & a_c^2\beta_1 &= 4\Gamma_2\beta^2/\gamma, \\ \alpha_0 &= 4E_0\beta^4/\gamma + 4A_1\beta^2 - 4A_4, & & (14) \\ a_c^2\alpha_1 &= 8E_0\beta^2/\gamma - 2\hbar^2\beta^4/(\mu\gamma) + 4A_1. \end{aligned}$$

С учетом первых двух соотношений (14) в указанном приближении выражение (4') для сечения реакции $D + T \rightarrow \alpha + n$ в резонансном методе связанных каналов приводится к виду

$$\sigma_{DT}(E) = 8\pi(\beta_0 + \beta_1a_c^2K^2 + \beta_0K^4/\beta^4)D(K)/[3k_{DT}^2 |\omega_1(K)|^2], \quad (15)$$

что с точностью до члена, пропорционального K^4 , совпадает с (13).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛЕЙ И МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ ПОЛЮСОВ S-МАТРИЦЫ ПРОЦЕССОВ $D + T \rightarrow \alpha + n$ И $D + {}^3\text{He} \rightarrow \alpha + p$ В ОКРЕСТНОСТЯХ ЭНЕРГИЙ РЕЗОНАНСОВ ЯДЕР ${}^5\text{He}(3/2)^+$ И ${}^5\text{Li}(3/2)^+$

В случае ядра ${}^5\text{He}(3/2)^+$ в работе [13] приведены два набора параметров резонансной модели связанных каналов, хорошо описывающие сечение реакции термоядерного синтеза $D + T \rightarrow \alpha + n$, причем один из этих наборов также хорошо согласуется с экспериментальными данными по сечению упругого D-T-рассеяния. Соотношения (14) приводят к двум наборам приближения эффективного радиуса.

1. Резонансная модель связанных каналов (набор 1)

$$E_0 = 2.263 \text{ МэВ}; \quad \Gamma_2 = 0.3738 \text{ МэВ}; \quad \beta = 0.3399 \text{ Фм}^{-1}; \quad \gamma = 0.00703 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}^{-4}.$$

Приближение эффективного радиуса

$$\alpha_0 = 0.3003; \quad \alpha_1 = 0.0798; \quad \beta_0 = 0.1422; \quad \beta_1 = 0.0043.$$

2. Резонансная модель связанных каналов (набор 2)

$$E_0 = 3.686 \text{ МэВ}; \quad \Gamma_2 = 0.5479 \text{ МэВ}; \quad \beta = 0.3399 \text{ Фм}^{-1}; \quad \gamma = 0.1105 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}^{-4}.$$

Приближение эффективного радиуса

$$\alpha_0 = 0.2894; \quad \alpha_1 = 0.0878; \quad \beta_0 = 0.1328; \quad \beta_1 = 0.004.$$

Отметим, что параметры E_0 и Γ_2 взяты из [13], параметр β соответствует величине E_f : $\beta = (2\mu E_f)^{1/2}/\hbar$, одинаковой в обоих вариантах и равной 2 МэВ, а параметр γ пересчитан по приведенным в [13] значениям одноименной величины.

На основании анализа сечения реакции термоядерного синтеза в [15] был получен следующий набор параметров приближения эффективного радиуса:

$$\alpha_0 = 0.233; \quad \alpha_1 = 0.121; \quad \beta_0 = 0.0785; \quad \beta_1 = 0.00798.$$

В результате возникает третий набор параметров резонансной модели связанных каналов:

$$E_0 = 0.7853 \text{ МэВ}; \quad \Gamma_2 = 0.1741 \text{ МэВ}; \quad \beta = 0.1845 \text{ Фм}^{-1}; \quad \gamma = 0.0051 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}^{-4}.$$

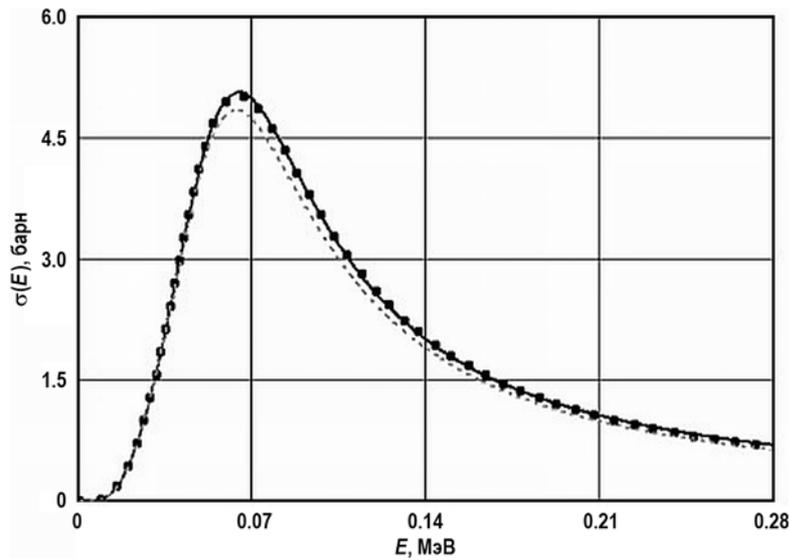


Рис. 1. Зависимость от энергии сечения реакции синтеза $D + T \rightarrow \alpha + n$: сплошная линия – параметризация [18]; «точки» – резонансная модель связанных каналов (набор 1); штриховая линия – приближение эффективного радиуса

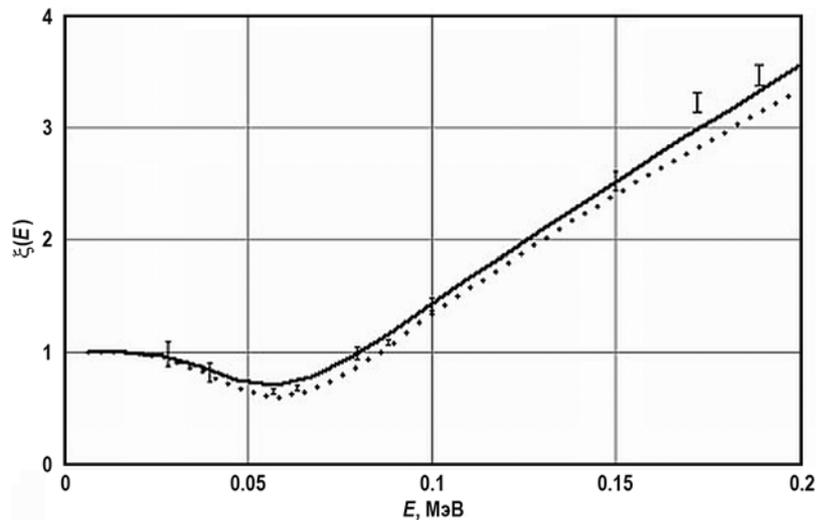


Рис. 2. Сравнение отношения сечения упругого D-T-рассеяния к резерфордскому сечению с экспериментальными данными: сплошная линия – резонансная модель связанных каналов (набор 1); «точки» – приближение эффективного радиуса

Все приведенные наборы параметров были дополнительно проанализированы на

соответствие экспериментальным данным с помощью более поздней по сравнению с работами [13, 15, 16] параметризации экспериментальных данных по сечению реакции $D + T \rightarrow \alpha + n$ [18] (рис.1). Как и ожидалось, все шесть наборов параметров хорошо согласуются с данной параметризацией. Данный факт подтверждает сделанный ранее в [13] вывод о том, что экспериментальных данных одного типа недостаточно для определения истинных параметров моделей. По указанной причине, как и в работе [13], были проанализированы данные по упругому D-T-рассеянию. На рисунке 2 представлена зависимость от энергии отношения сечения упругого D-T-рассеяния к резерфордскому сечению при угле рассеяния $\theta = \pi/2$ в системе центра масс [19]:

$$\xi(E) = \frac{d\sigma_{el}(\theta)}{d\Omega} \bigg/ \frac{d\sigma_R(\theta)}{d\Omega} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \left| f_c(q) + (S_{11} - S_{11}^c) / (2ik_{DT}) \right| / |f_c(q)|^2, \quad (16)$$

где $f_c(q) = -2\mu e^2 (\hbar q)^{-2} \exp(2i\sigma_0(E) - i\eta \ln(q^2/(4k_{DT}^2)))$ – амплитуда кулоновского рассеяния; $\hbar q$ – переданный импульс; S_{11} – S -матрица упругого D-T-рассеяния в s -волне; $S_{11}^c = \exp(2i\sigma_0(E))$ – кулоновская S -матрица в s -волне. При угле $\theta = \pi/2$ выражение (16) приобретает следующий вид [13]:

$$\xi(E) = 1/3 + (2/3) |\exp(i\eta \ln 2) - (i/(2\eta))(1 - S_{11} \exp(-2i\sigma_0(E)))|^2. \quad (17)$$

Приведенные значения параметров резонансной модели связанных каналов и приближения эффективного радиуса были использованы для определения полюсов S -матрицы рассеяния на различных листах римановой поверхности комплексных моментов, т.е. при $K = k_1 - ik_2$, $\arg K < 0$. При этом использовалось свойство резонансных знаменателей $\omega(K, \Gamma_2)^* = \omega(-K^*, -\Gamma_2)$, которое легко устанавливается на основании явного вида функции $\omega(K)$ (9). Рассчитанные значения параметров резонансного и теневого полюсов S -матрицы рассеяния для системы D-T в окрестности энергии состояния $J^\pi = (3/2)^+$ ядра ${}^5\text{He}$ приведены в табл. 1.

Таблица 1

Полюса амплитуды низкоэнергетического D-T-рассеяния

Набор параметров	Резонансный полюс	Теневой полюс
Резонансная модель связанных каналов (набор 1)	$K_R = (1.334 - i0.465)/a_c$ $Z_R = 46.9 - i37.2$ кэВ	$K_S = (-1.652 + i0.034)/a_c$ $Z_S = 81.7 - i3.5$ кэВ
Резонансная модель связанных каналов (набор 2)	$K_R = (1.334 - i0.468)/a_c$ $Z_R = 46.8 - i37.5$ кэВ	$K_S = (-1.649 + i0.003)/a_c$ $Z_S = 81.7 - i0.3$ кэВ
Приближение эффективного радиуса [15]	$K_R = (1.33 - i0.45)/a_c$ $Z_R = 46 - i36$ кэВ	$K_S = (-1.61 - i0.15)/a_c$ $Z_S = 77 + i14$ кэВ

Отметим, что модели, параметры которых хорошо описывают сечение реакции синтеза (не только приведенные выше), приводят к близким значениям параметров резонанса, тогда как параметры теневого полюса могут сильно различаться. На основании сравнения различных наборов параметров с экспериментальными данными было установлено, что набор параметров из [13], эквивалентный набору 1, является наилучшим. Результаты работы [13] недавно получили подтверждение в работе [14]: $Z_S \approx 82 - i3.5$ кэВ. Кроме того, было определено местоположение кулоновских полюсов, согласующееся с результатами работы [15].

Разработанный метод был применен к описанию реакции синтеза $D + {}^3\text{He} \rightarrow \alpha + p$. В этом случае было установлено, что наилучшим с точки зрения согласования с па-

раметризацией [18] набором параметров для нее является набор, рассчитываемый на основе приближения эффективного радиуса [16]:

$$\alpha_0 = 0.1627; \quad \alpha_1 = 0.1555; \quad \beta_0 = 0.01631; \quad \beta_1 = 0.00927.$$

На основании соотношений (14) были определены параметры резонансной модели связанных каналов:

$$E_0 = 0.642 \text{ МэВ}; \quad \Gamma_2 = 0.0835 \text{ МэВ}; \quad \beta = 0.154 \text{ Фм}^{-1}; \quad \gamma = 0.00792 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}^{-4}.$$

Это приводит к следующим параметрам для резонансного и теневого полюсов:

$$K_R = (1.383 - i0.443)/a_c, \quad Z_R = 205.7 - i146.8 \text{ кэВ},$$

$$K_S = (1.538 - i0.3)/a_c, \quad Z_S = 264.4 + i1112.0 \text{ кэВ},$$

что согласуется с результатами работы [16].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получено четырехпараметрическое представление для элементов **S**-матрицы в резонансной модели связанных каналов [13], которое позволяет изучать аналитическую структуру **S**-матрицы вблизи энергии околопорогового резонанса на основе найденных для нее явных выражений в виде аналитических функций канальных импульсов. Важным следствием полученных выражений является установление эквивалентности резонансной модели связанных каналов и приближения эффективного радиуса для системы заряженных частиц с поглощением [15, 16]. Как следствие, параметры модели можно выразить через безмодельные характеристики системы – комплексные длину рассеяния и эффективный радиус. Полученные результаты в дальнейшем предполагается использовать для описания околопороговых резонансов ядер ${}^7\text{Li}$, ${}^8\text{Be}$ и изучения распадных характеристик этих ядер, а также ${}^5\text{He}$ и ${}^5\text{Li}$ в многочастичных ядерных реакциях.

Литература

1. Комаров В.В., Попова А.М., Карманов Ф.И., Шаблов В.Л., Немец О.Ф., Павленко Ю.Н., Пугач В.М. Свойства рассеяния двухфрагментных систем, образующихся в многочастичных ядерных реакциях. // Физика элементарных частиц и атомного ядра. – 1992. – Т. 23. – № 4. – С. 1035-1087.
2. Fazio G., Giardina G., Karmanov F.I., Shablov V.L. Properties of the resonance scattering in two-fragment systems formed in many-particle nuclear reactions // International Journal of Modern Physics E. – 1996. – Vol. 5. – No. 1. – PP. 175-190.
3. Nemets O.F., Pavlenko Yu.N., Shablov V.L. et al. Angular correlation and decay branching ratio for excited state of ${}^7\text{Li}$ (7.45 MeV) in the reaction ${}^7\text{Li}(\alpha, \alpha){}^7\text{Li}^*$ // Nuclear Physics and Atomic Energy. – 2007. – Vol. 1(19). – PP. 36-44.
4. Mikhailov A.V., Pavlenko Yu.N., Shablov V.L., Stepaniuk A.V., Tyras I.A. Coulomb interaction effect in many-particle nuclear reaction with two-fragment resonance formation. // Nuclear Physics and Atomic Energy. – 2014. – Vol. 54. – No 4. – PP. 334-343.
5. Комаров В.В., Попова А.М., Шаблов В.Л. Динамика систем нескольких квантовых частиц. – М.: Издательство МГУ, 1996. – 335 с.
6. Komarov V.V., Green A.M., Popova A.M., Shablov V.L. Coulomb and nuclear field effects on two-body resonances // Modern Physics Letters A. – 1987. – Vol. 2. – PP. 81-88.
7. Pavlenko Yu.N., Dobrikov V.N., Dorosko N.L., Gorpnich O.K., Korzina T.A., Kiva V.O., Shablov V.L., Tyras I.A. Decay properties of short lived resonances of light nuclei in many particle nuclear reactions // International Journal of Modern Physics E. – 2010. – Vol. 19. – No 5-6. – PP. 1220-1226.
8. Вильдермут К., Тан Я. Единая теория ядра. – М.: Мир, 1980. – 502 с.
9. Никитцу Ф. Фазовый анализ в физике ядерных взаимодействий. – М.: Мир, 1983. – 416 с.
10. Betan R. M. Id, Kruppa A.I., Vertse T. Shadow poles in coupled-channel problems calculated with Berggren basis // Physical Review C. – 2018. – Vol. 97. – P.02437.
11. Miaroshi T. Shadow poles. // Progress in Theoretical Physics. – 1980. – Vol. 64. – No

2. – PP. 568-582.

12. *Arena N., Cavallaro S., Fazio G.* Three-body effects in the ${}^7\text{Li}(d, \alpha n)$ reaction // *Physical Review C*. – 1989. – Vol. 40. – No 1. – PP. 55-58.

13. *Bogdanova L.N., Hale G.M., Markushin V.E.* Analytical structure of S-matrix for the coupled channel problem $D + T \rightarrow n + \alpha$ and the interpretation of the $J^\pi = (3/2)^+$ resonance in the ${}^3\text{He}$. // *Physical Review C*. – 1991. – Vol. 44. – No 4. – PP. 1289-1295.

14. *Бейтмен Г., Эрдейи А.* Высшие трансцендентные функции. Т. 1. – М.: Наука, 1973. – 295 с.

15. *Карнаков Б.М., Мур В.Д., Поздняков С.Г., Попов В.С.* Аналитическая структура амплитуды D-T-рассеяния вблизи упругого порога. // *Письма в журнал экспериментальной и теоретической физики*. – 1990. – Т. 51. – Вып. 7. – С. 352-355.

16. *Карнаков Б.М., Мур В.Д., Поздняков С.Г., Попов В.С.* Полюса и резонансы в низкоэнергетическом рассеянии заряженных частиц. // *Ядерная физика*. – 1991. – Т. 54. – Вып. 2(8). – С. 400-403.

17. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. 3. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. – М.: Наука, 1974. – 752 с.

18. *Bosch H.S., Hale G.M.* Fusion cross-sections and thermal reactivities. // *Nuclear Fusion*. – 1992. – Vol. 32. – No 4. – PP. 620-622.

19. *Балашко Ю.Г.* Исследования упругого рассеяния заряженных частиц на некоторых легких ядрах при низких энергиях. // *Труды физического института им. П.Н. Лебедева Академии наук СССР*. – 1965. – Т. 33. – С. 66-126.

Поступила в редакцию 24.01.2018 г.

Авторы

Годес Александр Игоревич, студент 2-го курса магистратуры
E-mail: spartakalex46@mail.ru

Кудрявцева Анна Сергеевна, студентка 1-го курса магистратуры
E-mail: ann.5515.kudryavtzeva@mail.ru

Шаблов Владимир Леонидович, профессор, д.ф.-м.н.
E-mail: shablov@iate.obninsk.ru

UDC 539.17.01

ANALYTICAL VERSION OF THE RESONANCE COUPLED-CHANNEL MODEL FOR $D + T \rightarrow {}^5\text{He}^{} \rightarrow \alpha + n$ REACTION AND ITS APPLICATION FOR THE DESCRIPTION OF LOW-ENERGY D-T AND D- ${}^3\text{He}$ SCATTERING**

Godes A.I., Kudriavtseva A.S.*, Shablov V.L.

Obninsk Institute for Nuclear Power Engineering, NRNU MEPHI
1 Sdudgorodok, Obninsk, Kaluga reg., 240040 Russia

*National Research Nuclear University MEPHI
31 Kashirskoe shosse, Moscow, 115409 Russia

ABSTRACT

The purpose of the present paper is the formulation of the analytical version of the resonance coupled-channel model (RCCM) originally developed for $D + T \rightarrow {}^5\text{He}^{**} \rightarrow \alpha + n$ reaction. The integral in the denominator of the Breit-Wigner type is examined in the expression for S-matrix elements of binary processes in this model. Imaginary

part of this integral determines the energy-dependent decay width for the near-threshold channel. It is shown that this integral can be calculated explicitly with the Binet representation for the ψ -function (the logarithmic derivation of the gamma function). As the result the explicit expression for the S-matrix elements in the form of analytical functions of the channel momenta are obtained and the equivalence of the RCCM and the effective range approximation (Landau - Smorodinsky - Bethe approximation) is established on this basis. This allows expressing the parameters of the RCCM through the model independent system characteristics: the complex scattering length and the complex effective range. Several sets of model parameters of both approaches that provide a good description of the measured data on $D + T \rightarrow \alpha + n$ reaction and D-T elastic scattering are derived. By this means we find the location of the S-matrix poles on different Riemann sheets which corresponds to $J^\pi = (3/2)^+$ state of ${}^5\text{He}$ and ${}^5\text{Li}$. In particular, the location of the resonance (R) and shadow (S) poles is determined:

$$\begin{aligned} {}^5\text{He}^{**}: \quad Z_R &= 46.9 - i37.2 \text{ (keV)} & Z_S &= 81.7 - i3.5 \text{ (keV)} \\ {}^5\text{Li}^{**}: \quad Z_R &= 205.7 - i146.8 \text{ (keV)} & Z_S &= 264.4 + i112.0 \text{ (keV)}. \end{aligned}$$

Our results agree well with previous findings. The possible generalizations of the results obtained are discussed.

Key words: thermonuclear reactions, resonance coupled channel method, effective range approximation, S-matrix poles, resonance and shadow poles, $J^\pi = (3/2)^+$ state of the ${}^5\text{He}$ and ${}^5\text{Li}$.

REFERENCES

1. Komarov V. V., Popova A. M., Karmanov F.I., Shablov V. L., Nemets O.F., Pavlenko Yu.N., Pugatch V.M. Scattering properties of two-cluster systems produced in multiparticle nuclear reactions. *Soviet Journal of Particles and Nuclei*, 1992, v. 23, no. 4, pp. 459-480.
2. Fazio G., Giardina G., Karmanov F.I., Shablov V.L. Properties of the resonance scattering in two-fragment systems formed in many-particle nuclear reactions. *International Journal of Modern Physics E*. 1996, v. 5, no. 1, pp. 175-190.
3. Nemets O.F., Pavlenko Yu.N., Shablov V.L., Karmanov F.I., Kiva V.O., Dobrikov V.N., Gorpnich O.K., Kolomiets I.M., Rudenko B.A., Karlishev Yu.A., Voiter A.P., Mazny I.O., Omel'chuk S.E., Rosnuk Yu.S. Angular correlation and decay branching ratio for excited state of ${}^7\text{Li}$ (7.45 MeV) in reactions ${}^7\text{Li}(\alpha, \alpha){}^7\text{Li}^*$. *Nuclear Physics and Atomic Energy*. 2007, v. 1(19), pp. 36-44.
4. Mikhailov A.V., Pavlenko Yu.N., Shablov V.L., Stepaniuk A.V., Tyras I.A. Coulomb interaction effect in many-particle nuclear reaction with two-fragment resonance formation. *Nuclear Physics and Atomic Energy*. 2014, v. 54, no.4, pp. 334-343.
5. Komarov V.V., Green A.M., Popova A.M., Shablov V.L. Dynamics of few quantum particle systems. Moscow. Moscow University Publ., 1996, 335 p. (in Russian).
6. Komarov V. V., Green A. M., Popova A. M., Shablov V. L. Coulomb and nuclear field effects on two-body resonances. *Modern Physics Letters A*. 1987, v. 2, pp. 81-88.
7. Pavlenko Yu.N., Dobrikov V.N., Dorosko N.L., Gorpnich O.K., Korzina T.A., Kiva V.O., Shablov V.L., Tyras I.A. Decay properties of short lived resonances of light nuclei in many particle nuclear reactions. *International Journal of Modern Physics E*. 2010, v. 19, no. 5-6, pp. 1220-1226.
8. Wildermuth K., Tang J.C. *A Unified Theory of the Nucleus*. Vieweg Publ. Braunschweig., 1999, 389 p.
9. Nikitii F. *Phase Analysis in Physics of Nuclear Interactions*. Moscow. Mir Publ., 1983, 416 p. (in Russian).
10. Betan R. M. Id, Kruppa A.I., Vertse T. Shadow poles in coupled-channel problems calculated with Berggren basis. *Physical Review C*. 2018, v. 97, p. 02437.

11. Miaroshi T. Shadow poles. *Progress in Theoretical Physics*. 1980, v. 64, no. 2, pp. 568-582.
12. Arena N., Cavallaro S., Fazio G. Three-body effects in the ${}^7\text{Li}(d, \alpha n)$ reaction. *Physical Review C*. 1989, v. 4, no. 1, pp. 55-58.
13. Bogdanova L.N., Hale G.M., Markushin V.E. Analytical structure of S-matrix for the coupled channel problem $D + T \rightarrow n + \alpha$ and the interpretation of the $J^\pi = (3/2)^+$ resonance in the ${}^5\text{He}$. *Physical Review C*. 1991, v. 44, no. 4, pp. 1289-1295.
14. Bateman H., Erdelyi A. *Higher transcendental functions. Vol. 1*. McGraw Hill Book Company Inc. New York Toronto London. 1953, 301 p.
15. Karnakov B.M., Mur V.D., Pozdnyakov S.G., Popov V.S. Analytical structure of the d-t scattering amplitude near elastic threshold. *Pis'ma v Zhurnal Eksperimental'noj i Teoreticheskoy Fiziki*. 1990, v. 51, no. 7, pp. 352-355 (in Russian).
16. Karnakov B.M., Mur V.D., Pozdnyakov S.G., Popov V.S. Poles and resonances in low-energy scattering of charged particles. *Yadernaya fizika*. 1991, v. 54, no. 2(8), pp. 400-403 (in Russian).
17. Landau L.D., Lifshitz E.M. *Course of Theoretical Physics. Vol. 3. Quantum Mechanics*. Pergamon Press, Oxford, 1977, 671 p.
18. Bosch H.S., Hale G.M. Fusion cross-sections and thermal reactivities. *Nuclear Fusion*. 1992, v. 32, no. 4, pp. 620-622.
19. Balashko Yu.G. Investigations of elastic scattering of charged particles on some light nuclei at low energies. *Trudy fizicheskogo instituta im. P.N. Lebedeva Akademii nauk SSSR*. 1965, v. 33, pp. 66-126 (in Russian).

Authors

Godes Alexander Igorevich, 2nd year Master's Course Student

E-mail: spartakalex46@mail.ru

Kudriavtseva Anna Sergeevna, 1st year Master's Course Student

E-mail: ann.5515.kudryavtzeva@mail.ru

Shablov Vladimir Leonidovich, Professor, Dr. Sci. (Physics)

E-mail: shablov@iate.obninsk.ru