

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЕЙ УПРУГОСТИ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ МЕТАЛЛА ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ АЭС

С.И. Минин

*Обнинский институт атомной энергетики ИАТЭ НИЯУ МИФИ
249040, Калужская область, г. Обнинск, Студгородок, д.1*

Р

Представлены результаты теоретического определения модулей упругости третьего порядка. Данные по величинам модулей упругости третьего порядка требуются для измерения напряженно-деформированного состояния металла [1] элементов конструкций АЭС. Значения модулей упругости второго порядка получены разными методами и имеются в справочниках [2, 3]. Модули упругости третьего порядка получены только акустическим методом, и наблюдается большой разброс численных данных, достигающий нескольких порядков [4 – 8]. Точность определения напряженного состояния акустическим методом зависит от адекватности модели скорости распространения ультразвуковых волн и точности определения ультразвуковых скоростей. Поэтому необходимо создание методики определения модулей упругости третьего порядка, не использующей акустический способ. Представлена методика, основанная на использовании экспериментальных данных по всестороннему сжатию с применением дифференциального уравнения, связывающего тензор напряжений с тензором деформации. Определение упругих постоянных третьего порядка выполнено из уравнений для всестороннего, одноосного и двухосного сжатия-растяжения. Для определения модулей упругости третьего порядка в сплавах, используемых в ядерной энергетике, необходимо иметь данные по всестороннему сжатию этих материалов [9 – 13], тогда по приведенной методике можно определять значения этих модулей. Экспериментально полученные значения напряжений с незначительными погрешностями совпадают с величинами напряжений, вычисленными по приведенным формулам.

Ключевые слова: модуль упругости, напряжения, акустоупругость, уравнения, ранняя диагностика.

ВВЕДЕНИЕ

На безопасность эксплуатации АЭС оказывает влияние напряженно-деформированное состояние оборудования АЭС, знание которого позволяет сократить объем работ по определению целостности металла и обосновать продление сроков эксп-

луатации конструкционных элементов АЭС.

Остаточные напряжения в металле сварных соединений существенно влияют на долговечность и надежность работы оборудования АЭС. Измерение остаточных напряжений в готовых конструкциях представляет значительный интерес в связи с оценкой несущей способности этих конструкций [14 – 17].

Существуют несколько режимов работы оборудования. Особенно важным нестационарным режимом, при котором возникают динамические напряжения, является остановка реактора системой аварийной защиты. При аварийных остановках происходит резкое снижение температуры теплоносителя, которое сопровождается снижением давления в первом контуре. Дополнительно к этому происходит охлаждение зоны трубопровода в районе подключения компенсатора объема за счет поступления холодной воды из компенсатора. При этом происходит тепловой удар вместе с гидравлическим ударом в результате резкого изменения давления. Переменные напряжения в циркуляционных трубопроводах возникают также в результате их вибрации. Вибрации трубопроводов создаются за счет большой скорости потока теплоносителя (до 10 м/с) и пульсации давления. Эксплуатационные напряжения складываются с остаточными напряжениями в металле оборудования. Если величина суммарного напряжения превысит напряжение разрыва, то произойдет разрушение оборудования. Оперативно измерять напряжения в сварных соединениях и основном металле циркуляционных трубопроводов и технологического оборудования АЭС возможно при помощи эффекта акустоупругости [18 – 22], предварительно определив модули упругости.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Определим тензор напряжений. Потенциальную энергию деформированного тела можно представить выражением

$$\Phi = \lambda U_{ll}^2/2 + \mu U_{ik}U_{ik} + aU_{ll}^3/3 + bU_{ll}U_{ik}^2 + cU_{ik}U_{kl}U_{li}, \quad (1)$$

где λ и μ – коэффициенты Ламе; U_{ll} , U_{ik} , U_{kl} , U_{li} – векторы смещения; a , b , c – модули упругости третьего порядка.

Из первого начала термодинамики [1] тензор деформации определяется соотношением

$$\sigma_{ik} = \partial\Phi/\partial U_{ik}. \quad (2)$$

Проводя дифференцирование соотношения (1) по (2), получаем

$$\sigma_{ik} = \lambda U_{ll}\delta_{ik} + 2\mu U_{ik} + aU_{ll}^2\delta_{ik} + b(2U_{ll}U_{ik} + U_{lm}^2\delta_{ik}) + cU_{il}U_{lk}, \quad (3)$$

где U_{ik}^0 – тензор деформации:

$$U_{ik}^0 = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i^0}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k^0}{\partial x_i} + \frac{\partial u_p^0}{\partial x_l} \frac{\partial u_p^0}{\partial x_k} \right).$$

Следует отметить, что в уравнении (3) используются компоненты тензора деформации $\partial u_i/\partial x_k$ не выше второй степени.

Выражения для поляризованных акустических волн при наличии начальных напряжений имеют вид [4 – 7]

$$\begin{aligned} \rho C_{xx}^2 &= \lambda + 2\mu + (\lambda + 2\mu + 2a + 2b) \frac{\partial u_t^0}{\partial x_t} + (4b + 2c - \lambda - 2\mu) \frac{\partial u_x^0}{\partial x}, \\ \rho C_{xy}^2 &= \mu + \mu \left(\frac{\partial u_t^0}{\partial x_t} - \frac{\partial u_x^0}{\partial x} \right) + b \frac{\partial u_t^0}{\partial x_t} + \frac{c}{2} \left(\frac{\partial u_t^0}{\partial x_t} - \frac{\partial u_z^0}{\partial z} \right) + \sigma_{xx}^0, \\ \rho C_{xz}^2 &= \mu + \mu \left(\frac{\partial u_t^0}{\partial x_t} - \frac{\partial u_x^0}{\partial x} \right) + b \frac{\partial u_t^0}{\partial x_t} + \frac{c}{2} \left(\frac{\partial u_t^0}{\partial x_t} - \frac{\partial u_y^0}{\partial y} \right) + \sigma_{xx}^0, \end{aligned} \quad (4)$$

где ρ – плотность материала; C_{xx} , C_{xy} , C_{xz} – продольные и поперечные скорости ультразвуковой волны.

По измеренным скоростям ультразвуковых волн при деформации и уравнениям (4) можно определить напряженное состояние металла оборудования АЭС, но при этом необходимо знать модули упругости второго и третьего порядков. Значения величин модулей упругости второго порядка приведены в справочной литературе [3].

Определим модули упругости третьего порядка для всестороннего сжатия из уравнения (3). Для этого необходимо для трех известных процессов деформации определить деформацию тела и из линейных уравнений относительно a , b , c определить их значения.

Экспериментальные данные по всестороннему сжатию вещества до давлений 10^4 МПа Мурнаган [1] представил в виде

$$P = \frac{K_0}{K'} [(V_0/V)^{K'} - 1], \quad (5)$$

где $K_0 = \lambda + 2\mu/3$ и K' – константы для конкретного материала; V_0 – первоначальный объем; V – объем после сжатия.

Разлагая соотношение (5) в ряд по степеням dV/V_0 до второго порядка, получим

$$P = K_0 \frac{\Delta V}{V_0} - \frac{K_0(K'+1)}{2} \left(\frac{\Delta V}{V_0} \right)^2, \quad (6)$$

где относительное изменение объема деформации

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \left(1 + \frac{\partial u_x^0}{\partial x} \right) \left(1 + \frac{\partial u_y^0}{\partial y} \right) \left(1 + \frac{\partial u_z^0}{\partial z} \right) - 1.$$

При всестороннем сжатии компоненты тензоров напряжений $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz}$ и деформаций равны $U_{xx} = U_{yy} = U_{zz}$. Учитывая члены первого и второго порядка и пренебрегая членами выше второго порядка, из уравнения (6) получим соотношение

$$\sigma_{xx} = 3K_0 \frac{\partial u_x}{\partial x} - \left(\frac{9K_0(K'+1/3)}{2} \right) \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} \right)^2. \quad (7)$$

Для всестороннего сжатия уравнение (3) приводится к виду

$$\sigma_{xx} = 3K_0 \frac{\partial u_x}{\partial x} + \left(\frac{3}{2} K_0 + 9a + 9b + c \right) \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} \right)^2. \quad (8)$$

Приравнивая коэффициенты при производных $\partial u_x / \partial x$ одинаковых степеней, получим

$$-9K_0(K' + 2/3)/2 = 9a + 9b + c. \quad (9)$$

Таким образом, из экспериментальных данных по всестороннему сжатию и выражению, связывающему тензор напряжения с тензором деформации, получено уравнение (9) для определения величины модулей упругости третьего порядка (коэффициентов Мурнагана a , b и c).

Рассмотрим одноосное сжатие-растяжение. Следующие уравнения для модулей третьего порядка a , b и c можно получить, рассматривая другие процессы деформации. Например, если напряжение приложено только вдоль оси X , то $\sigma_{xx} = P$, $\sigma_{yy} = \sigma_{zz} = 0$, $-\sigma U_{xx} = U_{yy} = U_{zz}$, и из уравнения (3) получим

$$\sigma_{xx} = E \frac{\partial u_x}{\partial x} + \left[E \frac{1 - 2\sigma + 2\sigma^2}{2 - 4\sigma} + a(1 - 2\sigma)^2 + b(3 - 4\sigma + 2\sigma^2) + c \right] \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} \right)^2, \quad (10)$$

где E – модуль Юнга; σ – коэффициент Пуассона.

Преобразуем выражение (7) для одноосного сжатия-растяжения, воспользовавшись линейной теорией упругости:

$$\left(\frac{\partial u_x}{\partial x}\right)_{\text{одн}} = -\left(\frac{\partial u_x}{\partial x}\right)_{\text{всест}} / (1-2\sigma).$$

Подставляя данное соотношение в (6), получим соотношение для одноосного сжатия-растяжения

$$\sigma_{xx} = E \left(\frac{\partial u_x}{\partial x}\right) - \left(\frac{3}{2}E \left(K' + \frac{1}{3}\right)(1-2\sigma)\right) \left(\frac{\partial u_x}{\partial x}\right)^2. \quad (11)$$

Уравнения (10) и (11) определяют зависимость деформации от приложенного напряжения. Приравнявая коэффициенты в этих уравнениях при $(\partial u_x / \partial x)^2$, получим

$$-\frac{3}{2}E \left(K' + \frac{1}{3}\right)(1-2\sigma) - \frac{1-2\sigma+2\sigma^2}{2-4\sigma}E = a(1-2\sigma)^2 + b(3-4\sigma+2\sigma^2) + c. \quad (12)$$

Таким образом, кроме уравнения (10) получено еще одно уравнение (12) для определения упругих модулей третьего порядка (коэффициентов Мурнагана a , b и c).

Уравнения (10) и (11) дают возможность рассчитать деформации при одноосном сжатии-растяжении.

Рассмотрим процесс двухосной деформации при

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = P, \quad \sigma_{zz} = 0, \quad \partial u_x / \partial x = \partial u_y / \partial y.$$

Из уравнения (3) получим

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} = & 2(\lambda + \mu) \frac{\partial u_x}{\partial x} + \lambda \frac{\partial u_z}{\partial z} + (\lambda + \mu + 5b + c) \left(\frac{\partial u_x}{\partial x}\right)^2 + \\ & + \frac{\lambda}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial z}\right)^2 + a \left(2 \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z}\right)^2 + b \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z}\right)^2. \end{aligned} \quad (13)$$

Преобразуем выражение (7) для двухосного сжатия-растяжения, используя линейную теорию упругости:

$$\left(\frac{\partial u_x}{\partial x}\right)_{\text{дв}} = -\left(\frac{\partial u_x}{\partial x}\right)_{\text{всест}} \frac{2\sigma}{(1-2\sigma)}.$$

Подставляя это соотношение в (7) для двухосного сжатия-растяжения, получим

$$\begin{aligned} & -\frac{3}{2}E \left(K' + 1/3\right) \frac{(1-2\sigma)}{(1-\sigma)^2} - E \frac{1-3\sigma+4\sigma^2}{(2-4\sigma)(1-\sigma)^2} = \\ & = 4a \frac{(1-2\sigma)^2}{(1-\sigma)^2} + b \frac{(6-16\sigma+14\sigma^2)}{(1-\sigma)^2} + c. \end{aligned} \quad (14)$$

Определим значения постоянных упругости третьего порядка из уравнений для всестороннего, одноосного и двухосного сжатия-растяжения.

Из линейной системы уравнений (9), (12) и (14) относительно модулей третьего порядка a , b , c можно определить их значения для различных металлов:

$$\begin{aligned}
 9a + 9b + c &= -9K(K' + 2/3) / 2; \\
 a(1 - 2\sigma)^2 + b(3 - 4\sigma + 2\sigma^2) + c &= \\
 &= -3E(K' + 1/3)(1 - 2\sigma) / 2 - (1 - 2\sigma + 2\sigma^2)E / (2 - 4\sigma); \\
 4a(1 - 2\sigma)^2 / (1 - \sigma)^2 + b(6 - 16\sigma + 14\sigma^2) / (1 - \sigma)^2 + c &= \\
 &= -\frac{3}{2}E(K' + 1/3)(1 - 2\sigma) / (1 - \sigma)^2 - E(1 - 3\sigma + 4\sigma^2) / [(2 - 4\sigma)(1 - \sigma)^2].
 \end{aligned} \tag{15}$$

Определим величины постоянных упругости третьего порядка из уравнений для всестороннего сжатия и моделей плоских волн, распространяющихся вдоль оси X и плоскости XY .

Следующие уравнения для модулей третьего порядка a , b и c можно получить, рассматривая модель плоской продольной волны, распространяющейся вдоль оси X , при этом $\partial u_x / \partial x \neq 0$; $\partial u_y / \partial y = u_z / \partial z = 0$, тогда

$$a + 3b + c = -\left(\frac{9K_0(K' + 1/3)}{2}\right)\left(\frac{\lambda + 2\mu}{3K}\right)^2 - \frac{\lambda + 2\mu}{2}. \tag{16}$$

Рассматривая модель плоской продольной волны, распространяющейся в плоскости оси XY , при $\partial u_x / \partial x = \partial u_y / \partial y \neq 0$; $\partial u_z / \partial z = 0$, получим уравнение

$$4a + 6b + c = -\frac{4}{9}\left(\frac{\lambda + \mu}{K}\right)^2\left(\frac{9K_0(K' + 1/3)}{2}\right) - \lambda - \mu. \tag{17}$$

Решая систему уравнений (9), (12) и (17), получим

$$\begin{aligned}
 a &= -\lambda^2(K' + 1/3) / (2K); & b &= -2\lambda\mu(K' + 1/3) / (3K) - \lambda / 6; \\
 c &= -2\mu^2(K' + 1/3) / K - \mu.
 \end{aligned} \tag{18}$$

В таблице 1 представлены величины модулей упругости второго и третьего порядков, рассчитанные для некоторых материалов.

Таблица 1

Величины модулей упругости второго и третьего порядков

Материал	K , ГПа	K' , ГПа	E , ГПа	ν	μ , ГПа	λ , ГПа	a	b	c
Al	78,9	3,165	0,72	0,32	34	60	-0,798	-9,397	-32,976
W	300,09	19,1	3,500	0,29	139	192,7	-20,552	-7,863	-113,98
Fe	150,15	7,789	2,1	0,25	80	80	-1,73	-11,022	-7,308
Au	166,4	6,51	0,83	0,41	35	161,3	-5,35	-11,402	-24,925
Cd	47,304	4,083	0,5	0,3	22	327,5	-50,072	-50,096	-12,962
Co	167,1	17,327	2,1	0,26	72	77,6	-3,182	-8,997	-61,042
Mg	33,561	4,759	0,45	0,34	11	239,5	-4,352	-35,919	-7,329
Cu	151,03	4,01	1,1	0,32	41	73,2	-0,770	-6,446	-31,332
Mo	253,1	13,288	2,88534	0,32	109	194,3	-1,016	-33,019	-18,882
Ni	180,26	16,58	2,11	0,33	61	118,4	-6,577	-15,216	-8,826
Pb	42,353	3,744	0,18	0,42	4,4	234,8	-2,654	-32,503	-0,672
Ag	110,73	4,681	0,8	0,34	32	68,5	-1,062	-4,799	-22,726
Ti	109,35	3,355	1,2	0,3	43	64,3	-0,697	-10,095	-9,469

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе показана возможность определения модулей упругости третьего порядка для материалов, используемых на АЭС, основанная на уравнениях нелинейной теории упругости и экспериментальных данных по всестороннему сжатию. Рассчитаны значения модулей упругости третьего порядка для различных материалов. Представлены уравнения для определения напряженного состояния металла оборудования АЭС, которые позволяют учитывать деформации объемов и площадок в начально-деформированной среде. Применение данного метода позволяет обеспечить раннюю диагностику сварных соединений АЭС.

Литература

1. *Murnaghan F.D.* Finite deformation of an elastic solid. – N.Y.: J. Willey and Sons, 1951. – 140 p.
2. *Григорьев И.С., Мейлихов Е.З.* Физические величины. / Справочник. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 1232 с.
3. *Сорокин В.Г., Гервасьев М.Н.* Стали и сплавы. / Марочник. – М.: Интермет Инжиниринг, 2001, – 608 с.
4. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория упругости. – М.: Наука, 1987. – 248 с.
5. *Новожилов В.В.* Основы нелинейной теории упругости. – М.: Гостехиздат, 1948. – 212 с.
6. *Новожилов В.В.* Теория упругости. – Л.: Судпромгиз, 1958. – 370 с.
7. *Гузь А.Н., Махорт Ф.Г., Гуца О.И.* Введение в акустоупругость. – Киев: Наукова думка, 1977. – 151 с.
8. *Hughes D.S. and Kelly J.L.* Second-order elastic deformation of solids. // *Phys. Rev.* – 1953. – Vol. 92. – No 5. – PP. 1145-1149.
9. *Савин Г.Н.* Распространение упругих волн в твердом теле в случае нелинейно-упругой модели сплошной среды. // *Прикладная механика.* – 1970. – Т. VI. – Вып. 2. – С 38-42.
10. *Smith R., Stern and Stephens R.W.* Third-order elastic moduli of polycrystalline metals from ultrasonics velocity measurements. // *J. Acoust. Soc. Am.* – 1966. – Vol. 40. – No 5. – PP. 1002- 1008/U.
11. *Секоян С.С.* О вычислении констант упругости третьего порядка по результатам ультразвуковых измерений. // *Акустический журнал.* – 1970. – Т. 16. – Вып. 3. – С. 453-457.
12. *Crecraft D.J.* Ultrasonic wave velocities in Stressend nickel steel // *Nature.* – 1962. – Vol. 195. – No 4847. – PP.1193-1194.
13. *Hughes D.S. and Maurette M.* Dynamic Moduli of Iron, Aluminum, and Fused Quarz. // *Journal of Applied Physics.* – 1956. – Vol. 27. – No 10. – PP. 1184-1186.
14. *Бобренко В.М., Вангели М.С., Куценко А.Н.* Акустические методы контроля напряженного состояния материала деталей машин. – Кишнев: Штиинца, 1981. – 148 с.
15. *Никитина Н.Е.* Влияние собственной анизотропии материала на точность измерения напряжений методом акустоупругости. // *Дефектоскопия.* – 1996. – № 4. – С. 77-85.
16. *Nikitina N.Ye., Ostrovsky L.A.* An ultrasonic method for measuring stresses in engineering materials. // *Ultrasonics.* – 1998. – Vol. 35. – PP. 605-610.
17. *Никитина Н.Е.* Определение плоского напряженного состояния конструкционных материалов с помощью объемных упругих волн. // *Дефектоскопия.* – 1999. – № 1. – С. 48-54.
18. *Никитина Н.Е.* Акустоупругость. Опыт практического применения. – Н. Новгород.: ТАЛИАМ, 2005. – 208 с.
19. *Никитина Н.Е., Камышев А.В., Смирнов В.А., Борщевский А.В., Шарыгин Ю.М.* Определение осевых и окружных напряжений в стенке закрытой трубы ультразвуковым методом на основе явления акустоупругости. // *Дефектоскопия.* – 2006. – № 3. – С. 49-54.
20. *Никитина Н.Е., Камышев А.В., Козачек С.В.* Использование явления акустоупругости при исследовании напряженного состояния технологических трубопроводов. // *Дефектоскопия.* – 2009. – № 12. – С. 52-59.
21. *Никитина Н.Е., Козачек С.В.* Преимущества метода акустоупругости для неразрушающего контроля механических напряжений в деталях машин. // *Вестник научно-техни-*

ческого развития. – 2010. – Т. 32. – №4. – С. 18-28.

22. Трофимов А.И., Минин С.И., Трофимов М.А., Усанов Д.А., Васильковский Д.В., Косырев К.А. Ультразвуковой метод контроля остаточных напряжений в металле конструкций АЭС на основе эффекта акустоупругости / Сб. трудов Международной научно-технической конференции «Прочность материалов и элементов конструкций». – Киев, 28–30 сентября 2010 г. – С. 137-138.

Поступила в редакцию 05.05.2017 г.

Автор

Минин Сергей Иванович, доцент, кандидат техн. наук
E-mail: akid@inbox.ru

UDC 534.6.08

DETERMINATION OF THIRD-ORDER ELASTIC MODULI TO MEASURE STRESSED-STRAINED STATES IN METAL STRUCTURAL COMPONENTS OF NUCLEAR POWER PLANTS

Minin S.I.

Obninsk Institute for Nuclear Power Engineering, NRNU «MEPhI»
1, Studgorodok, Obninsk, Kaluga reg., 249040 Russia

ABSTRACT

The article presents theoretically derived third-order elastic moduli. Data on the values of the third-order elastic moduli are required for measuring stressed-strained states [1] in metal structural components of NPPs. The values of the second-order elastic moduli obtained by different methods are found in the reference books [2, 3]. The third-order elastic moduli were obtained only by an acoustic method and there is a large scatter of numerical data, reaching several orders of magnitude [4 – 8]. The accuracy in determining stressed states by acoustic methods depends on the adequacy of an ultrasonic wave propagation velocity model and the accuracy in determining ultrasonic velocities. Therefore, it is necessary to develop methods for determining third-order elastic moduli without using acoustic methods. The author presents such a method based on experimental data on all-round compression, using a differential equation connecting the stress tensor with the strain tensor. The third order elastic constants were determined by the equations for the all-round, uniaxial and biaxial compression-tension. To determine the third-order elastic moduli in alloys used in nuclear power engineering, it is necessary to have data on the all-round compression of these materials [9 – 13]. Then, using the above procedure, it is possible to determine the values of these moduli. The experimentally obtained values of stresses with a negligible error coincide with the values of stresses calculated from the formulas.

Key words: elastic moduli, tension, acoustoelasticity, equations, early diagnosis.

REFERENCES

1. Murnaghan F.D. *Finite deformation of an elastic solid*. J. Willey and Sons. N.Y., 1951, 140 p.
2. Grigoriev I.S., Meylikhova E.Z. *A physical quantity*. Reference. Moscow. Energoatomizdat Publ., 1991, 1232 p. (in Russian).
3. Sorokin V.G., Gervazieva M.N. *Steel and alloys*. Marochnik. Moscow. Internet Engineering Publ., 2001, 608 p. (in Russian).
4. Landau L.D., Lifshits E.M. *Theory of elasticity*. Moscow. Nauka Publ., 1987. 248 p. (in Russian).

Russian).

5. Novozhilov V.V. *Foundations of nonlinear theory of elasticity*. Moscow. Gostekhizdat Publ., 1948, 212 p. (in Russian).

6. Novozhilov V.V. *Theory of elasticity*. Leningrad. Sudpromgiz Publ., 1958. 370 p. (in Russian).

7. Guz' A.N., Makhort F.G., Gushcha O.I. *Introduction to acoustoelasticity*. Kiev. Naukova Dumka Publ., 1977. 151 p. (in Russian).

8. Hughes D.S., Kelly J.L. Second-order elastic deformation of solids. *Phys. Rev.* 1953, v. 92, no. 5, pp. 1145-1149.

9. Savin G.N. The propagation of elastic waves in a solid body in the case of a nonlinear elastic model of a continuous medium. *Prikladnaya mekhanika*. 1970, v. VI, iss. 2, pp. 38-42 (in Russian).

10. Smith R., Stern and Stephens R.W. Third-order elastic moduli of polycrystalline metals from ultrasonics velocity measurements. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1966, v. 40, no. 5, pp. 1002-1008/U.

11. Sekoyan C.C. On the calculation of elasticity constants of the third order according to the results of ultra-rozwojowych measurements. *Akusticheskij zhurnal*. 1970, v. 16, no. 3, pp. 453-457 (in Russian).

12. Crecraft D.J. Ultrasonic Wave Velocities in Stressend Nickel Steel. *Nature*, 1962, v. 195, no. 4847, pp.1193-1194.

13. Hughes D.S. and Maurette M. Dynamic Moduli of Iron, Aluminum, and Fused Quarz. *Journal of Applied Physics*, 1956, v. 27, no. 10, pp. 1184-1186.

14. Bobrenko V.M., Vangheli M.S., Kutsenko A.N. *Acoustic control methods of material's stress of machinery elements*. Kishinev. Shtiintsa Publ., 1981. 148 p. (in Russian).

15. Nikitina N.E. The effect of material anisotropy on the accuracy of the voltage measurement method of customproperty. *Defektoskopiya*. 1996, no. 4, pp. 77-85 (in Russian).

16. Nikitina N.Ye., Ostrovsky L.A. An ultrasonic method for measuring stresses in engineering materials. *Ultrasonics*, 1998, v. 35, pp. 605-610.

17. Nikitina N.E. Determination of plane stress state of structural materials using bulk elastic waves. *Defektoskopiya*. 1999, no. 1, pp. 48-54 (in Russian).

18. Nikitina N.E. *Acoustoelasticity. Experience of practical application*. N. Novgorod. TALAM Publ., 2005. 208 p. (in Russian).

19. Nikitina N.E. Kamyshev, A.V., Smirnov V.A. Borschiv'skyi A.V., Sharygin Yu.M. Determination of axial and circumferential stresses in the wall of a closed pipe ultrasonic method based on the phenomenon of customproperty. *Defektoskopiya*. 2006, no. 3, pp. 49-54 (in Russian).

20. Nikitina N.E. Kamyshev, A.V., Kazachek S.V. The use of the phenomenon of customroot in the study of the stressed state of process pipelines. *Defektoskopiya*. 2009, no. 12, pp. 52-59 (in Russian).

21. Nikitina N.E. Kozachek S.V. Advantages of the acoustoelasticity method for non-destructive control of mechanical stresses in the machine parts. *Vestnik nauchno-tekhnicheskogo razvitiya*. 2010, v. 32, no. 4, pp. 18-28 (in Russian).

22. Trofimov A.I., Minin S.I., Trofimov M.A., Usanov D.A., Vasytkovsky D.V., Kosyrev K.A. Ultrasonic testing method of residual stress in metal structures of nuclear power plants based on the effect of acoustoelasticity. Proc. of the International Scientific-Technical Conference «Strength of Materials and Structural Elements». Kiev. Sept. 28-30, 2010, pp. 137-138 (in Russian).

Author

Minin Sergey Ivanovich, Associate Professor, Cand. Sci. (Engineering)

E-mail: akid@inbox.ru