

НЕЙТРОННО-ФИЗИЧЕСКИЙ РАСЧЕТНЫЙ КОД «CORNER»

В.П. Березнев, Е.Ф. Селезнев, Д.С. Асатрян

*Институт проблем безопасного развития атомной энергетики РАН,
115191, г. Москва, ул. Большая Тульская, д. 52*



Расчетный код CORNER основан на S_N -методе дискретных ординат [1] и P_M -приближении сечения рассеяния. Он предназначен для прецизионных детерминистических нейтронно-физических расчетов быстрых реакторов и позволяет решать два типа стационарных задач переноса нейтронов и гамма-квантов в трехмерной гексагональной геометрии: задачи на K_{eff} (однородные) и задачи с источником (неоднородные). Код реализован на языке Fortran и имеет модульную структуру. Основными модулями являются модуль подготовки нейтронных констант в формате ANISN; геометрический модуль с описанием картограммы активной зоны и типов ТВС, их высотным разбиением и материальным составом; модуль подготовки угловых квадратур; модуль входных данных с параметрами используемых приближений и управляющими параметрами; модуль нейтронно-физического расчета и модуль обработки результатов расчета.

Для аппроксимации пространственной зависимости построена разностная схема *DTW* (Directional Theta-Weighted) [2], имеющая преимущества по сравнению с широко используемой схемой *DD* (Diamond Difference) в задачах с грубой пространственной сеткой.

Энергетическая зависимость представлена многогрупповым приближением. Дискретизация угловой переменной осуществляется за счет введения угловых квадратур. Предусмотрена возможность задания квадратурных наборов пользователем.

Используется итерационный процесс решения, включающий в себя внешние итерации по источнику деления и внутренние итерации по источнику рассеяния. Представлены результаты кросс-верификации с расчетным кодом ММК [3], основанным на методе Монте-Карло, на модели активной зоны реактора БН-800.

Ключевые слова: реактор на быстрых нейтронах, нейтронно-физический расчет, метод дискретных ординат, гексагональная геометрия, разностная схема.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Стационарное распределение нейтронов описывается линейным уравнением Больцмана [4], которое в многогрупповом приближении имеет вид

$$\Omega \cdot \nabla \phi^g(\mathbf{r}, \Omega) + \Sigma_t^g(\mathbf{r}) \phi^g(\mathbf{r}, \Omega) = Q^g(\mathbf{r}, \Omega), \quad (1)$$

$$Q^g(\mathbf{r}, \Omega) = \sum_{g'=1}^g \int_{\Sigma_s^{g' \rightarrow g}} \Sigma_s^{g' \rightarrow g}(\mathbf{r}, \Omega' \cdot \Omega) \phi^{g'}(\mathbf{r}, \Omega') d\Omega' + \chi^g \sum_{g'=1}^g \nu \Sigma_f^{g'} \Phi^{g'}(\mathbf{r}) + S^g(\mathbf{r}), \quad (2)$$

© В.П. Березнев, Е.Ф. Селезнев, Д.С. Асатрян, 2015

где $\phi^g(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega})$ – плотность потока нейтронов в точке \mathbf{r} в направлении $\boldsymbol{\Omega}$ в группе g ; $\Phi^g(\mathbf{r})$ – скалярный поток нейтронов в точке \mathbf{r} в группе g ; $\Sigma_t^g(\mathbf{r})$ – полное макроскопическое сечение взаимодействия; $\Sigma_{s,l}^{g' \rightarrow g}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}' \cdot \boldsymbol{\Omega})$ – макроскопическое сечение рассеяния нейтронов из группы g' в группу g ; χ^g – спектр нейтронов деления; G – полное число энергетических групп; $\nu \Sigma_f^{g'}$ – число нейтронов деления, возникающих при одном акте деления; $S^g(\mathbf{r})$ – функция распределения внутренних источников.

В расчетном коде CORNER реализована возможность решения неоднородной задачи и условно-критической (с нулевыми граничными условиями, нулевыми внутренними источниками и множителем $1/K_{eff}$ перед интегралом деления).

$S_N P_M$ -ПРИБЛИЖЕНИЕ

Для вычисления интеграла столкновений необходимо задать угловую квадратуру (S_N -приближение метода дискретных ординат) и разложить индикатрису рассеяния в ряд по полиномам Лежандра (P_M -приближение).

Диапазоном изменения угловых переменных является единичная сфера направлений $\boldsymbol{\Omega} = (\theta, \varphi)$, где θ – полярный угол, φ – азимутальный угол. В S_N -приближении этот диапазон заменяется набором дискретных направлений $\boldsymbol{\Omega}_m$, каждому из которых соответствуют точка на поверхности сферы и элемент поверхности площадью w_m . Элементы поверхности w_m играют роль угловых квадратурных весов при вычислении интегралов в выражении (2). Общее число дискретных направлений равно $2^d N(N+2)/8$, где d – геометрическая размерность.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Omega}_m &= \Omega_m^x \mathbf{i} + \Omega_m^y \mathbf{j} + \Omega_m^z \mathbf{k}, \\ \Omega_m^x &= \xi_m = \cos(\theta_m), \\ \Omega_m^y &= \mu_m = \cos(\varphi_m) \sin(\theta_m), \\ \Omega_m^z &= \eta_m = \sin(\varphi_m) \sin(\theta_m). \end{aligned}$$

В коде CORNER реализованы два типа квадратурных наборов: Level Symmetric (LQ_N) и Legendre-Chebyshev (P_N-T_N) [5]. Угловые квадратуры набора LQ_N симметричны относительно поворота вокруг каждой оси, но имеют ограничение: при порядке $N > 20$ появляются отрицательные квадратурные веса. Набор P_N-T_N совмещает квадратуры Гаусса для полярной переменной и квадратуры Чебышева с равными весами для азимутальной переменной.

С учетом разложения индикатрисы рассеяния в ряд по полиномам Лежандра интеграл столкновений имеет вид

$$\begin{aligned} Q_s^g(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) &= \sum_{g'=1}^g \sum_{l=0}^L (2l+1) \Sigma_{s,l}^{g' \rightarrow g}(\mathbf{r}) [P_l(\xi) \Phi_c^{g'(0,0)}(\mathbf{r}) + \\ &+ 2 \sum_{k=1}^l \frac{(l-k)!}{(l+k)!} P_l^k(\xi) \{ \Phi_c^{g'(k,l)}(\mathbf{r}) \cos(k\varphi) + \Phi_s^{g'(k,l)}(\mathbf{r}) \sin(k\varphi) \}], \end{aligned} \quad (3)$$

где $\Sigma_{s,l}^{g' \rightarrow g}(\mathbf{r})$ – l -ый момент сечения рассеяния; $P_l(\xi)$ – полином Лежандра l -го порядка; $P_l^k(\xi)$ – присоединенный полином Лежандра. Угловые моменты потока имеют вид

$$\Phi_c^{g(k,l)}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{-1}^1 P_l^k(\xi) d\xi \int_0^{2\pi} \phi^g(\mathbf{r}, \xi, \varphi) \cos(k\varphi) d\varphi, \quad (4)$$

$$\Phi_s^{g(k,l)}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{-1}^1 P_l^k(\xi) d\xi \int_0^{2\pi} \phi^g(\mathbf{r}, \xi, \varphi) \sin(k\varphi) d\varphi. \quad (5)$$

КОНЕЧНО-РАЗНОСТНЫЕ СХЕМЫ

Расчетная область состоит из правильных шестиугольных призм, которые моделируют ТВС активной зоны с шагом размещения Δx . Рассмотрим изображенную на рис. 1 расчетную ячейку $[x_{i-1/2}, x_{i+1/2}] \times [y_{b-}(x), y_{b+}(x)] \times [z_{i-1/2}, z_{i+1/2}]$ с центром (x_i, y_j, z_k) , где

$$y_{b\pm}(x) = y_j \mp \frac{|x - x_i| - \Delta x}{\sqrt{3}}.$$

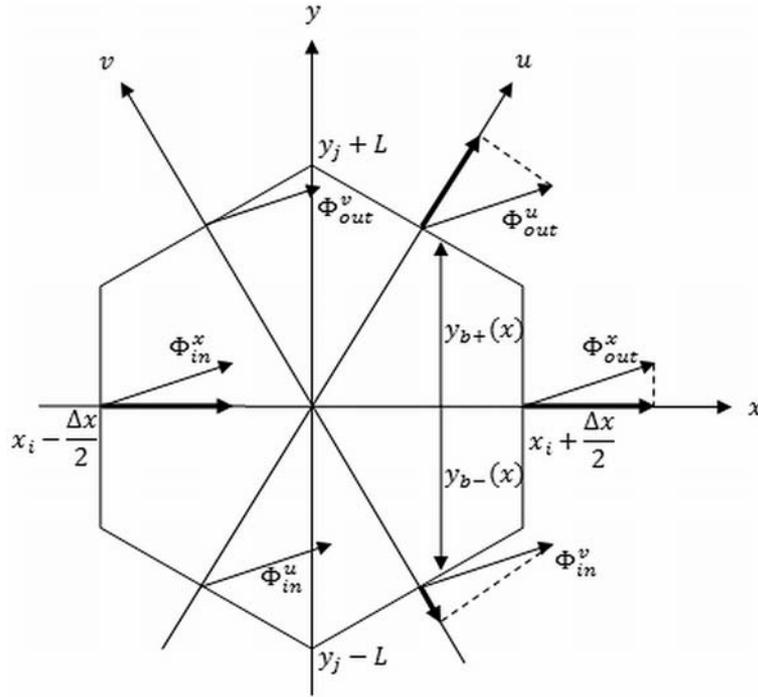


Рис. 1. Расчетная ячейка в плоскости XY и направление переноса нейтронов для случая $\mu_m^x > 0, \mu_m^u > 0, \mu_m^v > 0$

Введем вспомогательные направления u и v такие, что

$$\mu_m^x = \mu_m; \quad \mu_m^u = \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_m + \frac{1}{2} \mu_m; \quad \mu_m^v = \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_m - \frac{1}{2} \mu_m.$$

Балансное уравнение для нулевых моментов углового потока в ячейке и на гранях получается интегрированием уравнения (1) по разностной ячейке для фиксированного направления m (индекс группы g для простоты далее опускается):

$$\frac{2}{3\Delta x} \sum_{\alpha \in \{x,u,v\}} |\mu_m^\alpha| (\Phi_{m,out}^\alpha - \Phi_{m,in}^\alpha) + \frac{|\xi_m|}{\Delta z_k} (\Phi_{m,out}^z - \Phi_{m,in}^z) + \Sigma_t \Phi_m = Q_m, \quad (6)$$

где

$$\Delta s = \frac{3}{2} L \Delta x, \quad L = \frac{\Delta x}{\sqrt{3}},$$

$$\Phi_m = \frac{1}{\Delta z_k \Delta s} \int_{z_{k-1/2}}^{z_{k+1/2}} \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} \int_{y_{b-}(x)}^{y_{b+}(x)} \phi_m(x, y, z, \Omega_m) dx dy dz,$$

$$Q_m = \frac{1}{\Delta z_k \Delta s} \int_{z_{k-1/2}}^{z_{k+1/2}} \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} \int_{y_{b-}(x)}^{y_{b+}(x)} Q(x, y, z, \Omega_m) dx dy dz,$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{L\Delta z_k} \int_{z_{k-1/2}}^{z_{k+1/2}} \int_{y_{j-L/2}}^{y_{j+L/2}} \phi_m(x_{i+1/2}, y, z, \Omega_m) dydz &= \begin{cases} \Phi_{m,out}^x, \mu_m^x > 0 \\ \Phi_{m,in}^x, \mu_m^x < 0 \end{cases}, \\ \frac{2}{\Delta x \Delta z_k} \int_{z_{k-1/2}}^{z_{k+1/2}} \int_{x_i}^{x_{i+1/2}} \phi_m(x, y_{b_+}(x), z, \Omega_m) dx dz &= \begin{cases} \Phi_{m,out}^u, \mu_m^u > 0 \\ \Phi_{m,in}^u, \mu_m^u < 0 \end{cases}, \\ \frac{1}{L\Delta z_k} \int_{z_{k-1/2}}^{z_{k+1/2}} \int_{y_{j-L/2}}^{y_{j+L/2}} \phi_m(x_{i-1/2}, y, z, \Omega_m) dydz &= \begin{cases} \Phi_{m,in}^x, \mu_m^x > 0 \\ \Phi_{m,out}^x, \mu_m^x < 0 \end{cases}, \\ \frac{2}{\Delta x \Delta z_k} \int_{z_{k-1/2}}^{z_{k+1/2}} \int_{x_{i-1/2}}^{x_i} \phi_m(x, y_{b_-}(x), z, \Omega_m) dx dz &= \begin{cases} \Phi_{m,in}^u, \mu_m^u > 0 \\ \Phi_{m,out}^u, \mu_m^u < 0 \end{cases}, \\ \frac{2}{\Delta x \Delta z_k} \int_{z_{k-1/2}}^{z_{k+1/2}} \int_{x_i}^{x_{i+1/2}} \phi_m(x, y_{b_-}(x), z, \Omega_m) dx dz &= \begin{cases} \Phi_{m,in}^v, \mu_m^v > 0 \\ \Phi_{m,out}^v, \mu_m^v < 0 \end{cases}, \\ \frac{1}{\Delta S_{hex}} \iint \phi_m(x, y, z_{k-1/2}, \Omega_m) dx dz &= \begin{cases} \Phi_{m,in}^z, \xi_m > 0 \\ \Phi_{m,out}^z, \xi_m < 0 \end{cases}, \\ \frac{1}{\Delta S_{hex}} \iint \phi_m(x, y, z_{k+1/2}, \Omega_m) dx dz &= \begin{cases} \Phi_{m,in}^z, \xi_m < 0 \\ \Phi_{m,out}^z, \xi_m > 0 \end{cases}. \end{aligned}$$

Введем понятие освещенности грани расчетной ячейки: если $(\Omega, \mathbf{n}) < 0$, где \mathbf{n} – вектор нормали к рассматриваемой грани, то грань является освещенной, т.е. входящей, если $(\Omega, \mathbf{n}) > 0$, то грань – выходящая. Для расчетной ячейки типа *HEX-Z* существуют 16 вариантов освещенности, для каждого из которых в коде *CORNER* реализован порядок обхода ячеек расчетной сетки.

В уравнение (6) входят неизвестные значения потока нейтронов в ячейке и на выходящих гранях, поэтому вводятся замыкающие соотношения вида

$$\Phi_m = P^\alpha \Phi_{m,out}^\alpha + (1 - P^\alpha) \Phi_{m,in}^\alpha, \quad 0 \leq P^\alpha \leq 1, \quad \alpha \in \{x, u, v, z\}.$$

От выбора весовых параметров P^α зависят свойства получаемых разностных схем. При $P^\alpha = 1$ получается «шаговая» (*ST*) схема; она положительная, монотонная, но имеет первый порядок точности. При $P^\alpha = 1/2$ имеем «алмазную» (*DD*) схему второго порядка точности. Один из ее недостатков – появление отрицательных значений потока нейтронов – устраняется использованием алгоритма нулевой коррекции (*DZ*) [6]. Другой недостаток – немонотонность – приводит к появлению нефизических осцилляций (локальных экстремумов). В прямоугольной геометрии данная проблема может быть решена, например, уменьшением шага разностной ячейки.

В расчетном коде *PENTRAN* [7] используется разностная схема для прямоугольной геометрии *DTW* (*Directional Theta-Weighted*), обеспечивающая положительность решения и приемлемый уровень монотонности. В коде *CORNER* был разработан аналог схемы *DTW* для геометрии *HEX-Z*, весовые коэффициенты которой находятся согласно следующим выражениям:

$$P^\alpha = 1 - \frac{Q_m + \frac{2}{3} \frac{|\mu_m^\alpha|}{\Delta x} \Phi_{m,in}^\alpha + (\mu_m^\alpha)^2 \left(\frac{2}{3\Delta x} \sum_{\alpha' \neq \alpha} |\mu_m^{\alpha'}| \Phi_{m,in}^{\alpha'} + \frac{|\xi_m|}{\Delta z_k} \Phi_{m,in}^z \right)}{\left(\frac{4}{3\Delta x} \sum_{\alpha' \neq \alpha} |\mu_m^{\alpha'}| \Phi_{m,in}^{\alpha'} + \frac{2}{\Delta z_k} |\xi_m| \Phi_{m,in}^z + \Sigma_t^g \right) \Phi_{m,in}^x}, \quad (7)$$

$(\alpha, \alpha') \in \{x, u, v\}$,

$$p^z = 1 - \frac{Q_m + \frac{|\xi_m|}{\Delta z_k} \Phi_{m,in}^z + (\xi_m)^2 \frac{2}{3\Delta x} \sum_{\alpha} |\mu_m^{\alpha}| \Phi_{m,in}^{\alpha}}{\left(\frac{4}{3\Delta x} \sum_{\alpha} |\mu_m^{\alpha}| \Phi_{m,in}^{\alpha} + \Sigma_l^g \right) \Phi_{m,in}^z} . \quad (8)$$

Для сравнения схем *DD/DZ* и *DTW* можно привести распределение скалярного потока нейтронов (рис. 2) в центрах ТВС центральной диагонали одной из моделей реактора БН-800. В качестве альтернативного варианта взят результат, полученный из расчета по методу Монте-Карло.

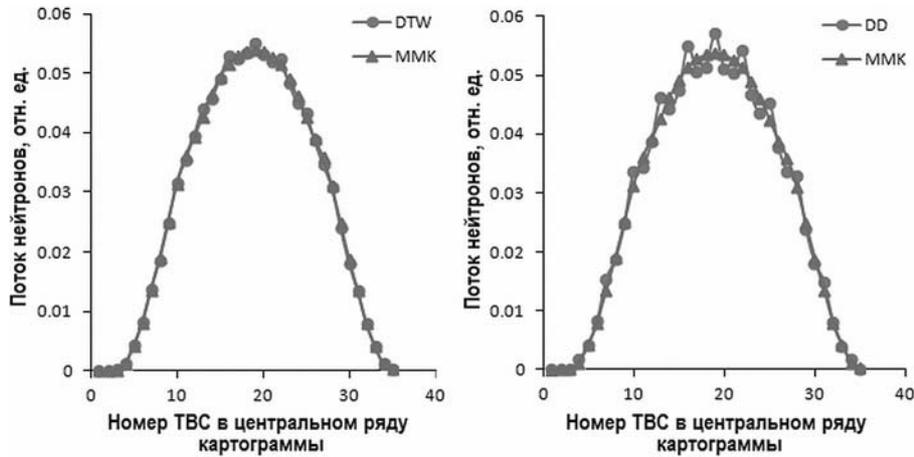


Рис. 2. Поток нейтронов в центральном слое модели активной зоны реактора БН-800

СРАВНИТЕЛЬНЫЕ РАСЧЕТЫ ОДНОЙ ИЗ МОДЕЛЕЙ АКТИВНОЙ ЗОНЫ РЕАКТОРА БН-800

Картограмма модели активной зоны реактора представлена на рис. 3. Шаг размещения сборок превышает 10 см. Расчетные ячейки модели реактора пронумерованы начиная с центральной и далее по левой спирали.

Расчет проводился по двум программам: ММК (метод Монте-Карло) и CORNER (S_N -приближение) в 26-групповом приближении. Подготовка констант осуществлялась при помощи программы CONSYST [8] с библиотекой БНАБ-93.

Для расчета по программе CORNER использовано приближение S_4P_1 с точностью сходимости 10^{-5} для внутренних итераций и 10^{-4} для внешних. Статистика расчета по программе ММК составляла порядка 10^8 нейтронов.

По представленной модели активной зоны были проведены расчеты эффективностей СУЗ (стрелней аварийной защиты АЗ, компенсирующих стержней КС и регулирующих стержней РС), результаты которых (табл. 1) демонстрируют хорошее согласие данных, полученных по разным программам.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан прецизионный нейтронно-физический код CORNER, основанный на решении стационарного уравнения переноса нейтронов в многогрупповом энергетическом приближении в *HEX-Z*-геометрии S_N -методом.

Проведена кросс-верификация с расчетным кодом ММК на модели активной зоны реактора БН-800. Полученные по разным программам результаты показали хорошее согласие, что подтверждает работоспособность кода CORNER и получение им высокоточных решений.

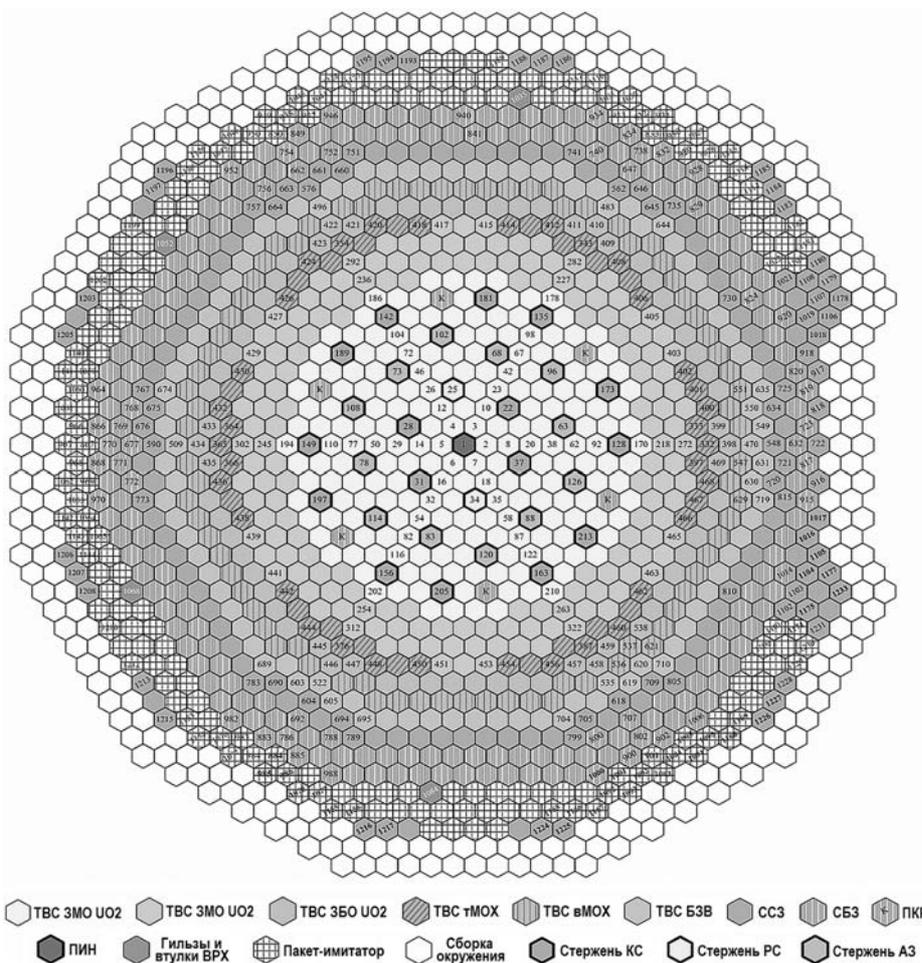


Рис. 3. Картограмма первой загрузки реактора БН-800

Эффективность стержней СУЗ модели РУ БН-800

Таблица 1

Название	Номер ячейки в модели	ММК, цент	CORNER, цент	Отклонение, %
КС1	128	46.83	48.14	2.71
КС2	213	43.72	43.40	0.72
КС3	163	45.83	45.85	0.05
КС4	205	44.02	43.62	0.91
КС5	156	46.83	47.55	1.50
КС6	149	48.04	48.87	1.70
КС7	189	46.43	46.08	0.77
КС8	142	48.44	48.59	0.31
КС9	135	46.73	46.67	0.13
КС10	173	44.42	43.95	1.08
РС1	34	53.45	52.16	2.47
РС2	25	54.23	52.94	2.44
АЗ1	126	71.63	71.99	0.50
АЗ2	120	70.11	70.43	0.46
АЗ3	114	72.84	72.52	0.44
АЗ4	108	74.15	73.63	0.72
АЗ5	102	71.42	71.94	0.72
АЗ6	96	73.14	72.61	0.74

Литература

1. *Carlson B.* Solution of the Transport Theory Equation by the Sn Method. Los Alamos National Laboratory, 1955.
2. *Petrovic B., Haghihat A.* New Directional Theta-Weighted Sn Differencing Scheme and its Application to Pressure Vessel Fluence calculations. Radiation Protection and Shielding Topical Meeting. Falmouth, MA, 1996, no. 1, pp.3-10.
3. *Блыскавка А.А., Мантуров Г.Н., Николаев М.Н., Цибуля А.М.* Аннотация программного комплекса ММККЕНО. Препринт ГНЦ РФ-ФЭИ – 3145. Обнинск, 2008.
4. *Lewis E., Miller Jr. W.* Computational Methods of Neutron Transport. La Grange Park, IL: American Nuclear Society. 1993.
5. *Longoni G.* Advanced quadrature sets and acceleration and preconditioning techniques for the discrete ordinates method in parallel computing environments. PhD thesis. University of Florida, 2004.
6. *Rhoades W.A., Engle W.W.* A New Weighted Difference Formulation for Discrete Ordinates Calculations. TANS 27, 1977.
7. *Sjoden G., Haghihat A.* PENTRAN – A 3-D Cartesian parallel SN code with angular, energy, and spatial decomposition. Proc. Join Int. Conf. on Mathematical Methods and Supercomputing for Nuclear Applications, vol. 1, Saratoga Springs. NY, 1997.
8. *Мантуров Г.Н., Николаев М.Н., Цибуля А.М.* Программа подготовки констант CONSYST. Описание применения. Препринт ГНЦ РФ-ФЭИ – 2828. Обнинск, ФЭИ, 2000.

Поступила в редакцию 24.12.2014 г.

Авторы

Березнев Валерий Павлович, инженер
E-mail: bvp@ibrae.ac.ru

Селезнев Евгений Федорович, заведующий лабораторией,
E-mail: seleznev@ibrae.ac.ru

Асатрян Давид Сергеяевич, инженер,
E-mail: dsa@ibrae.ac.ru

УДК 621.039

THE «CORNER» NEUTRONICS CALCULATION CODE

Bereznev V.P., Seleznyov E.F., Asatryan D.S.

Nuclear Safety Institute of the Russian Academy of Sciences.
52, B.Tul'skaya st., Moscow, 115191 Russia

ABSTRACT

The CORNER software is designed for high-fidelity deterministic neutronics calculations of fast reactors, namely: spatial and energy distribution of the angular neutron flux, the effective multiplication factor and efficiency of a single control rod and their groups.

The computation algorithm is based on the S_N discrete ordinates method [1] and the P_M approximation of scattering cross section and allows solving two types of stationary problems of neutron and gamma rays transport in three-dimensional hexagonal (HEX-Z) geometry: K_{eff} problems (homogeneous) and the source problems (inhomogeneous).

The software tool is developed in Fortran and has a modular structure. The main modules are: the module to prepare neutron constants in ANISN format; the geometric module, containing a description of the core's loading map and fuel assembly types including their axial mesh and material composition; the module to prepare angular quadrature sets; the input data module containing the approximation and control parameters; the neutronics calculation module and the module to process calculation results.

The Directional Theta-Weighted (*DTW*) difference scheme [2] is built to approximate spatial dependence. It has advantages over the widely used *DD* (Diamond Difference) scheme in coarse-mesh problems.

Energy dependence is represented by the multigroup approximation. The CONSYST constants system with ABBN-93 library is used.

Discretization of the angular variable is carried out by introducing the angular quadrature set. There is an option of specifying a set of user's quadratures.

An iterative process of solving is used, including external iterations over the fission source and internal iterations over the scattering source. Iterations stop by a condition imposed onto the accuracy or the number of iterations.

Calculations of a BN-800 core problem were verified against the MMK Monte Carlo code [3].

Key words: neutronics calculations, fast reactor, the discrete ordinates method, hexagonal geometry, difference scheme

REFERENCES

1. Carlson B. Solution of the Transport Theory Equation by the Sn Method. Los Alamos National Laboratory, 1955.
2. Petrovic B., Haghihat A. New Directional Theta-Weighted Sn Differencing Scheme and its Application to Pressure Vessel Fluence calculations. Radiation Protection and Shielding Topical Meeting. Falmouth, MA, 1996, no. 1, pp.3-10.
3. Bliskavka A.A., Manturov G.N., Nikolaev M.N., Tsibulya A.M. Annotacia programnogo kompleksa MMKKENO [Short description of the MKKKENO code]: IPPE Preprint – 3145. Obninsk, 2008 (in Russian).
4. Lewis E., Miller Jr.W. Computational Methods of Neutron Transport. La Grange Park, IL: American Nuclear Society. 1993.
5. Longoni G. Advanced quadrature sets and acceleration and preconditioning techniques for the discrete ordinates method in parallel computing environments. PhD thesis. University of Florida, 2004.
6. Rhoades W.A., Engle W.W. A New Weighted Difference Formulation for Discrete Ordinates Calculations. TANS 27, 1977.
7. Sjoden G., Haghihat A. PENTRAN – A 3-D Cartesian parallel SN code with angular, energy, and spatial decomposition. Proc. Joint Int. Conf. on Mathematical Methods and Supercomputing for Nuclear Applications, v. 1, Saratoga Springs, NY, 1997.
8. Manturov G.N., Nikolaev M.N., Tsibulya A.M. Programma podgotovki konstant CONSYST. Opisaniye primeneniya: Preprint GNC RF-FEI-2828. [CONSYST code for neutron constants preparation. Scope statement: IPPE Preprint -2828]. Obninsk, FEI Publ., 2000 (in Russian).

Authors

Bereznev Valerij Pavlovich, Engineer

E-mail: bvp@ibrae.ac.ru

Seleznyov Evgenij Fyodorovich, Head of Laboratory

E-mail: seleznev@ibrae.ac.ru

Asatryan David Serezhaevich, Engineer

E-mail: dsa@ibrae.ac.ru