

## ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА НЕОПРЕДЕЛЕННЫХ МНОЖИТЕЛЕЙ ЛАГРАНЖА В АНАЛИЗЕ НА НЕПРОТИВОРЕЧИВОСТЬ ЭКСПЕРИМЕНТОВ НА ПРИМЕРЕ СИСТЕМ С ВЫСОКООБОГАЩЕННЫМ УРАНОМ

**Ю.Е. Головки**

*ГНЦ РФ-Физико-энергетический институт им. А.И. Лейпунского, г. Обнинск*



Представлены результаты применения метода неопределенных множителей Лагранжа в анализе на непротиворечивость экспериментов из международного справочника ICSBER Handbook. Получены поправки к исходным условиям экспериментов (размерам и концентрациям) и сечениям на основании строгого соблюдения условия критичности, учет которых позволил устранить наблюдаемые противоречия между расчетными и экспериментальными данными, не устраняемые традиционным методом наименьших квадратов. Расчеты выполнены для экспериментов, проведенных в ФЭИ.

**Ключевые слова:** метод неопределенных множителей Лагранжа, бенчмарк-эксперименты, сечения, критичность, чувствительность, ковариации.

**Key words:** undetermined Lagrangian coefficients method, benchmark experiments, cross-sections, criticality, sensitivity, covariance.

### ВВЕДЕНИЕ

Стандарты по ядерной и радиационной безопасности при обращении с делящимися материалами на всех стадиях как внутриреакторного, так и внешнего топливного цикла, требуют расчетов критичности и реалистичных оценок критической безопасности. При этом одной из важнейших задач является реалистичная оценка погрешностей расчета критичности и составляющих этих погрешностей, возникающих при анализе критической безопасности хранилищ ядерного топлива (особенно отработанного топлива), контейнеров для его перевозки к заводам химпереработки и рефабрикации, технологического оборудования этих заводов, мест захоронения отходов ядерного топлива и производства.

С 1970-х гг. в ФЭИ ведется работа по разработке и валидации метода реалистической оценки погрешностей расчетных предсказаний критических параметров размножающих систем с учетом данных интегральных экспериментов, основанная на обобщенном методе наименьших квадратов [1–3]. В работах [4–6] изло-

жены основные подходы и полученные результаты для систем с высокообогащенным ураном из международного справочника оцененных критических бенчмарк-экспериментов [7] (далее Справочник).

В указанных выше трудах было предложено 84 бенчмарка, среди которых были серии экспериментов, посвященных исследованию влияния поглотителя на критичность, в том числе и эксперименты, выполненные в ФЭИ. По результатам статистического анализа все эти конфигурации оказались противоречивыми, и устранить противоречия методом, наиболее полно описанным в работе [5], не удалось – эксперименты были исключены из рассмотрения. Таким образом, целый «класс» экспериментов, позволивших бы выполнить оценку погрешностей расчетных предсказаний критических параметров размножающих систем за счет уточнения сечений урана-235 в промежуточной области энергий, оказался непригодным.

В работе предлагается методика, основанная на методе неопределенных множителей Лагранжа [8], которая позволяет найти возможные пути устранения противоречий путем уточнения условий экспериментов (размеров и концентраций) исходя из факта достигнутого в реальном эксперименте строгого соблюдения условия критичности. Расчеты выполнены для экспериментов, выполненных в Физико-энергетическом институте.

### ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ МЕТОДИКИ АНАЛИЗА

Факт критичности в эксперименте устанавливается с чрезвычайно высокой точностью, и при этом измеряются условия, соответствующие критическому состоянию системы (размеры бака, высота заливки, концентрация топлива и т.д.), влияние погрешности экспериментального определения которых на расчетные значения  $k_{эфф}$  и определяет погрешность экспериментального значения этой величины, используемого в стандартном методе наименьших квадратов [5]. Отсюда возникает задача о поиске наиболее правдоподобных значений констант и параметров, обеспечивающих точное равенство единице всех коэффициентов размножения, рассчитанных на константах и параметрах, полученных с учетом интегральных экспериментов. Как и в работах [4–6], будем называть эту процедуру *корректировкой* сечений и параметров, и все допущения относительно распределения случайных величин, сделанные в указанных работах, также остаются в силе. Особенность заключается в том, что минимум суммы квадратов отклонений требуется найти при условии строгого равенства расчетных значений критичности экспериментальным значениям. Поставленная задача решается методом неопределенных множителей Лагранжа. Исходя из метода максимума правдоподобия следует найти минимум квадратичной формы

$$Z^2 = \Delta\bar{\sigma}^T \hat{W}^{-1} \Delta\bar{\sigma} + \Delta\bar{p}^T \hat{V}^{-1} \Delta\bar{p} \quad (1)$$

при условии

$$\hat{H} \Delta\bar{\sigma} + \hat{Q} \Delta\bar{p} + \Delta\bar{k} = 0, \quad (2)$$

где  $\hat{H}, \hat{Q}$  – матрицы коэффициентов чувствительности  $k_{эфф}$  к нейтронным сечениям и параметрам экспериментов (размерам, концентрациям и т.п.);  $\Delta\bar{\sigma}, \Delta\bar{p}$  – векторы искомым поправок к нейтронным сечениям и параметрам экспериментов;

$\hat{W}, \hat{V}$  – ковариационные матрицы погрешностей нейтронных сечений и параметров экспериментов.

Условие (2) физически означает тот факт, что смещения в  $k_{эфф}$  за счет искомым поправок к нейтронным сечениям и параметрам экспериментов должны компенсировать исходные расхождения в  $k_{эфф}$  выбранных бенчмарк-экспериментов.

Функция Лагранжа с учетом условий (2) записывается в виде

$$S^2(\Delta\vec{\sigma}, \Delta\vec{p}) = \Delta\vec{\sigma}^T \hat{W}^{-1} \Delta\vec{\sigma} + \Delta\vec{p}^T \hat{V}^{-1} \Delta\vec{p} + \vec{\lambda}^T (\hat{H}^T \Delta\vec{\sigma} + \hat{Q}^T \Delta\vec{p} + \Delta\vec{k}), \quad (3)$$

где  $\vec{\lambda}$  – вектор-столбец неопределенных множителей Лагранжа;  $\Delta\vec{k}$  – вектор-столбец расхождений между расчетными и экспериментальными значениями  $k_{эфф}$  выбранных бенчмарк-экспериментов. Ковариационная матрица коэффициентов чувствительности параметров  $\hat{Q}$  имеет размерность  $(l \times n)$ , где  $l$  – число корректируемых параметров;  $n$  – число экспериментальных бенчмарков, включенных в расчеты.

Для нахождения поправок к сечениям  $\Delta\vec{\sigma}$  и параметрам  $\Delta\vec{p}$  выражение (3) дифференцируется и производные приравниваются нулю. Решение получаемой системы линейных уравнений можно представить в виде

$$\Delta\vec{\sigma} = -\hat{W}\hat{U}^{-1}\Delta\vec{k}, \quad (4)$$

$$\Delta\vec{p} = -\hat{V}\hat{U}^{-1}\Delta\vec{k}, \quad (5)$$

где

$$\hat{U} = (\hat{H}^T \hat{W} \hat{H} + \hat{Q}^T \hat{V} \hat{Q}). \quad (6)$$

Ковариационная матрица

$$\hat{W}'_{\sigma,p} = \hat{W}_{\sigma,p} \cdot (\hat{E} - \hat{H}_{\sigma,p} \cdot \hat{\Omega}^{-1} \cdot \hat{H}_{\sigma,p}^T \cdot \hat{W}_{\sigma,p}) \quad (7)$$

является откорректированной матрицей сечений и параметров.

В выражении (7)  $\hat{\Omega} = \hat{H}_{\sigma,p}^T \cdot \hat{W}_{\sigma,p} \cdot \hat{H}_{\sigma,p}$ ;  $\hat{W}_{\sigma,p}$  – полная ковариационная матрица нейтронных сечений и параметров;  $\hat{H}_{\sigma,p}$  – полная матрица коэффициентов чувствительности  $k_{эфф}$  к нейтронным сечениям и параметрам;  $\hat{E}$  – единичная матрица размерности количества сечений и параметров.

## ПРОВЕРКА СОГЛАСОВАННОСТИ БЕНЧМАРКОВ С ВЫСОКООБОГАЩЕННЫМ УРАНОМ

Критические эксперименты, взятые для анализа, представляют собой водные растворы высокообогащенного урана в цилиндрической геометрии с водяным отражателем. Топливо нескольких серий экспериментов содержит также примеси гадолиния – в этих экспериментах исследовалось влияние поглотителя на критичность. В таблице 1 приведены краткие характеристики этих критических систем и результаты расчетов по программе MMKKENO [9] с использованием констант БНАБ-93 [10]. Статистическая погрешность расчетов не превышает 0.09%. Значения  $k_{эфф}$  бенчмарк-экспериментов равно единице с погрешностью, приведенной в табл. 2.

Для указанных экспериментов были рассчитаны матрицы коэффициентов чувствительности  $k_{эфф}$  к сечениям и корреляционная матрица погрешностей результатов экспериментов (табл. 2).

На первом этапе анализа была выполнена попытка согласовать расчетные и экспериментальные данные методом наименьших квадратов (провести процедуру корректировки констант), описанном в [5]. Для оценки согласованности использовался критерий  $\chi^2$ , значение которого после корректировки оказалось равным  $3.52 \pm 0.43$ , что говорит о том, что между экспериментальными и расчетными данными все еще остаются значительные противоречия. Расхождения между результатами расчетов и бенчмарк  $k_{эфф}$  на исходных константах и константах, «поправленных» с учетом интегральных экспериментов, показаны на рис. 1. Из ри-

Таблица 1

**Характеристики экспериментов**

Идентификатор	Диаметр бака, см	Концентрация топлива, г/л	Концентрация гадолиния, г/л	<sup>235</sup> U, %	Результаты расчета
HST03501	110	37.51	0	89.08	0.9995
HST01402	40.00	68.1	0.1	89.04	1.0114
HST01603	40.01	144.2	0.525	89.04	1.0287
HST01705	24.83	192.0	0.497	89.04	1.0082
HST01702	40.02	202.4	0	89.04	0.9840
HST01703	40.03	202.4	0	89.04	0.9825
HST01812	40.04	279.6	1.943	89.04	1.0228
HST01807	24.84	283.3	0.977	89.04	1.0116
HST02817	40.07	286.0	0	89.08	0.9980
HST01804	24.84	291.3	0.497	89.04	1.0018
HST01901	24.8	447.3	0	89.04	1.0045

Таблица 2

**Корреляционная матрица погрешностей результатов экспериментов**

	Погрешность, %	014-02	016-03	028-17	017-02	017-03	018-12	019-01	017-05	018-04	018-07	035-01
014-02	0.50	1.00										
016-03	0.74	0.02	1.00									
028-17	0.65	0.08	0.05	1.00								
017-02	0.38	0.05	0.03	0.20	1.00							
017-03	0.34	0.04	0.03	0.17	0.19	1.00						
018-12	0.59	0.02	0.02	0.06	0.04	0.03	1.00					
019-01	0.31	0.01	0.01	0.07	0.02	0.02	0.01	1.00				
017-05	0.52	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.15	1.00			
018-04	0.36	0.01	0.01	0.03	0.01	0.01	0.01	0.22	0.90	1.00		
018-07	0.51	0.01	0.01	0.02	0.01	0.01	0.01	0.16	0.10	0.14	1.00	
035-01	0.28	0.02	0.02	0.12	0.02	0.02	0.03	0.03	0.02	0.03	0.03	1.00

сунка видно, что после корректировки (вариант *B*) расчетно-экспериментальные расхождения ряда экспериментов превышают оцененные погрешности и для того, чтобы разрешить это противоречие, экспериментам необходимо либо приписать дополнительную погрешность, либо провести их переоценку. Обращает на себя внимание тот факт, что снижение исходного расхождения 2.28% в сборке HEU-SOL-THERM-018-12 неизбежно ведет к увеличению изначальных расхождений 0.18 и 1.16% в сборках HEU-SOL-THERM-018-04 и HEU-SOL-THERM-018-07, так как эти сборки из одной серии с близкими концентрациями и имеют близкие коэффициенты чувствительности. Все это и является причиной неудовлетворительного согласия критерия  $\chi^2$ .

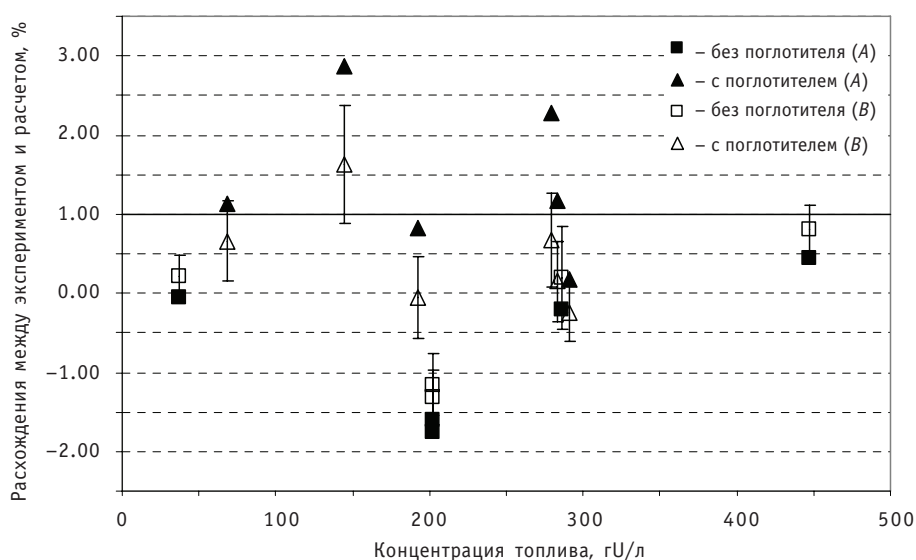


Рис. 1. Расхождения между результатами расчетов и бенчмарк  $k_{эфф}$  экспериментов (A – на исходных, B – на откорректированных константах)

Для поиска возможных источников противоречий в экспериментах и способов их устранения был применен метод неопределенных множителей Лагранжа.

### ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ РАСЧЕТОВ МЕТОДОМ НЕОПРЕДЕЛЕННЫХ МНОЖИТЕЛЕЙ ЛАГРАНЖА

Как уже было отмечено, исходными данными для корректировки методом неопределенных множителей Лагранжа являются

- $\hat{H}, \hat{Q}$  – матрицы коэффициентов чувствительности  $k_{эфф}$  к нейтронным сечениям и параметрам экспериментов (размерам, концентрациям и т.п.) соответственно;
- $\hat{W}, \hat{V}$  – ковариационные матрицы нейтронных сечений и параметров экспериментов соответственно;
- $\Delta \vec{k}$  – вектор-столбец расчетно-экспериментальных расхождений  $k_{эфф}$  выбранных бенчмарков.

В таблице 3 приведены компоненты полной погрешности бенчмарк  $k_{эфф}$  рассматриваемых критических систем – все эти компоненты были включены в корректировку. Изотопы и корректируемые для них сечения показаны в табл. 4. В таблице 3 приняты следующие обозначения:

- $k_{\epsilon}$  – погрешность в  $k_{эфф}$ , обусловленная неточностью знания обогащения;
- $\Delta k_u$  – погрешность в  $k_{эфф}$ , обусловленная неточностью знания концентрации урана;
- $\Delta k_{sol}$  – погрешность в  $k_{эфф}$ , обусловленная неточностью знания плотности раствора;
- $\Delta k_{acid}$  – погрешность в  $k_{эфф}$ , обусловленная неточностью знания концентрации свободных ионов азотной кислоты в растворе;
- $\Delta k_{imp}$  – погрешность в  $k_{эфф}$ , обусловленная неточностью знания концентрации примесей в растворе;
- $\Delta k_h$  – погрешность в  $k_{эфф}$ , обусловленная неточностью знания высоты раствора;
- $\Delta k_r$  – погрешность в  $k_{эфф}$ , обусловленная неточностью знания радиуса бака;

Таблица 3

**Компоненты полной погрешности бенчмарк  $k_{эфф}$ , %**

Номер эксперимента	$\Delta k_{\epsilon}$	$\Delta k_u$	$\Delta k_{sol}$	$\Delta k_{acid}$	$\Delta k_{imp}$	$\Delta k_h$	$\Delta k_r$	$\Delta k_{th}$	$\Delta k_{gd}$
014-02	0.06	0.11	0.03	0.02	0.01	0.10	0.07	–	0.47
016-03	0.06	0.12	0.04	0.04	0.01	0.06	0.06	–	0.72
028-17	0.02	0.12	0.07	0.02	0.42	0.29	0.36	0.13	н/п
017-02	0.02	0.05	0.08	0.08	0.03	0.34	0.12	–	н/п
017-03	0.02	0.03	0.07	0.08	0.03	0.31	0.09	–	н/п
018-12	0.07	0.14	0.03	0.04	0.02	0.02	0.05	–	0.56
019-01	0.01	0.17	0.07	0.14	0.07	0.11	0.15	–	н/п
017-05	0.05	0.08	0.04	0.05	0.02	0.01	0.16	–	0.48
018-04	0.03	0.01	0.06	0.09	0.03	0.06	0.15	–	0.31
018-07	0.05	0.06	0.04	0.07	0.02	0.00	0.16	–	0.47
035-01	0.06	0.16	0.02	0.01	0.05	0.08	0.17	0.10	н/п

н/п – не применимо к данному эксперименту;  
«–» – значение параметра отсутствует в оценке

Таблица 4

**Нейтронные сечения, включенные в корректировку**

Изотоп/реакция	$^{235}\text{U}$	$^{238}\text{U}$	H	O	N	Fe	Cr	Ni
(N, Cap)	x	x	x	–	x	x	x	x
(N, F)	x	x	–	–	–	–	–	–
(N, N)	x	x	x	x	–	x	x	x
(N, N')	x	x	–	–	–	x	x	x
Nu	x	x	–	–	–	–	–	–

- $\Delta k_{th}$  – погрешность в  $k_{эфф}$ , обусловленная неточностью знания толщины стен бака;
- $\Delta k_{gd}$  – погрешность в  $k_{эфф}$ , обусловленная неточностью знания концентрации поглотителя в растворе.

Коэффициенты чувствительности  $k_{эфф}$  к сечениям  $\hat{H}$  и отдельным параметрам  $\hat{Q}$  рассчитывались с помощью программного комплекса СКАЛА [11] на основании теории возмущений первого порядка. В расчетах были задействованы цепочки программ TWODANT и SENS-SN [12]. Расчеты проводились для 30-групповой энергетической структуры в  $P_5$ -приближении для анизотропии рассеяния. Коэффициенты чувствительности  $\hat{Q}$   $k_{эфф}$  к геометрическим параметрам вычислялись путем прямого варьирования соответствующего параметра.

При составлении ковариационной матрицы  $\hat{V}$  погрешностей параметров экспериментов были приняты следующие предположения:

- корреляция по обогащению между всеми экспериментами принята равной единице;
- коррелирующими на 100% приняты погрешности параметров растворов (концентрация, плотность, концентрация ионов азотной кислоты), в которых концентрация топлива одинакова, в противном случае корреляция принята равной нулю;

- корреляция погрешностей примесей принята равной единице между экспериментами, выполненными в один и тот же период, и 0.5 – для экспериментов, выполненных в разный период времени;
- по погрешности высоты раствора эксперименты приняты некоррелирующими;
- по погрешности радиуса и толщины стен бака корреляция принята равной единице для экспериментов, выполненных в одном и том же баке, и нулю – для экспериментов, выполненных в разных баках;
- корреляция погрешностей концентрации поглотителя в растворе принята равной единице для экспериментов с одинаковой концентрацией гадолиния и нулю – с разной концентрацией гадолиния.

Ковариационная матрица  $\hat{W}$  погрешностей сечений БНАБ-93, включенных в корректировку, была взята из библиотеки ковариационных матриц МАКОВКА (МАТрицы КОвариаций Констант) [11], входящей в состав программного комплекса СКАЛА. Данные о ковариациях в последней представлены для 30-групповой энергетической структуры.

### РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Метод неопределенных множителей Лагранжа, как и ожидалось, позволил найти такие поправки к сечениям и параметрам экспериментов, учет которых позволяет устранить все расхождения между расчетными и бенчмарк  $k_{эфф}$ , которые наблюдаются изначально, при этом найденные поправки к параметрам в подавляющем большинстве не превышают стандартного отклонения. Исключением являются сборки HEU-SOL-THERM-017-02, -03 и HEU-SOL-THERM-019-01. В них для устранения имеющихся расхождений потребовалось изменять более, чем на одно стандартное отклонение значения плотности раствора, концентрации свободных ионов азотной кислоты и высоты раствора. Как показывает табл. 1, именно в этих трех сборках, относящихся к группе экспериментов с топливом без поглотителя, наблюдалось максимальное расхождение между расчетными и бенчмарк  $k_{эфф}$  (–1.63, –1.78 и 0.45% соответственно), и именно за счет отмеченных параметров корректировка «смогла» убрать имеющиеся в них расхождения. Все остальные параметры были изменены незначительно, и в совокупности с вкладами от «найденных» корректировкой поправок к сечениям позволяют устранить расхождения. В таблице 5 приведены смещения в  $k_{эфф}$  для каждого эксперимента, полученные после корректировки за счет найденных поправок сечений и параметров, а на рис. 2 (поправки к основным параметрам, за счет которых происходит устранение расхождений) и 3 (поправки к параметрам, которые не влияют на смещение  $k_{эфф}$ ) для качественной оценки приведены найденные поправки к параметрам.

Отдельно необходимо отметить сборки, относящиеся к группе экспериментов с поглотителем. В них исходное расхождение полностью убирается за счет найденных поправок к сечениям гадолиния (7% при принятой погрешности в 2.6% в тепловой области) и к концентрациям гадолиния в растворе (см. табл. 5). При этом лишь в сборке HEU-SOL-THERM-016-03 с максимальным расхождением 2.87% концентрация гадолиния меняется на два стандартных отклонения (на 8.4% при погрешности 3.8%), а в остальных экспериментах смещения не превышают двух стандартных отклонений. Полученные изменения, не выходящие за два и более стандартных отклонения, в концентрации гадолиния и в других параметрах кажутся вполне правдоподобными. Таким образом, есть основание предполагать, что гадолиний в растворе был измерен некорректно, и если в оценке экспериментов принять «поправленные» корректировкой значения, то противоречивость этих

Таблица 5

**Смещения в  $k_{эф}$  экспериментов HEU-SOL-THERM, полученные после корректировки, за счет найденных поправок сечений и параметров (жирным шрифтом выделены сборки с гадолинием)**

Сборка/параметр	014-02	016-03	028-17	017-02	017-03	018-12	019-01	017-05	018-04	018-07	035-01
U235 (n, f)	-0.16	-0.18	-0.10	-0.10	-0.11	-0.21	-0.10	-0.16	-0.14	-0.17	-0.17
U235 (n, cap)	-0.01	-0.05	-0.10	-0.07	-0.07	-0.13	-0.17	-0.07	-0.11	-0.12	0.01
U235 nu	0.27	0.27	0.26	0.27	0.27	0.27	0.27	0.27	0.27	0.27	0.27
H (n, n)	0.10	0.09	0.14	0.16	0.15	0.07	0.14	0.10	0.12	0.10	0.09
O (n, N)	0.01	0.01	0.03	0.07	0.07	-0.01	-0.01	-0.05	-0.04	-0.06	0.04
Fe (n, n)	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
Gd (n, cap)	-0.67	-1.34	0.00	0.00	0.00	-1.60	0.00	-0.99	-0.63	-1.09	0.00
Обогащение	-0.01	-0.02	0.00	0.00	-0.01	-0.02	0.00	-0.01	-0.01	-0.01	-0.02
Концентрация урана	-0.05	-0.07	0.00	0.04	0.04	-0.06	-0.01	-0.08	0.08	0.00	-0.07
Плотность раствора	0.00	-0.01	-0.02	0.16	0.13	0.00	-0.06	-0.02	0.04	0.00	-0.01
N03	0.00	0.00	0.00	0.13	0.10	0.00	-0.26	-0.01	0.08	0.00	0.00
Примеси	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Высота раствора	-0.03	-0.01	-0.19	0.86	1.10	0.00	-0.13	0.00	0.03	0.00	-0.01
Радиус бака	0.04	0.04	0.23	0.08	0.06	0.03	-0.11	-0.12	-0.10	-0.11	-0.06
Толщина стен бака	0.00	0.00	-0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.02
Концентрация Gd	-0.63	-1.59	0.00	0.00	0.00	-0.61	0.00	0.32	0.24	0.03	0.00
За счет сечений	-0.46	-1.21	0.23	0.33	0.32	-1.61	0.12	-0.90	-0.53	-1.07	0.24
За счет параметров	-0.68	-1.66	-0.03	1.27	1.43	-0.67	-0.57	0.08	0.35	-0.09	-0.19
Суммарная	-1.14	-2.87	0.20	1.60	1.75	-2.28	-0.45	-0.82	-0.18	-1.16	0.05
Расхождение до корректировки	1.14	2.87	-0.20	-1.60	-1.75	2.28	0.45	0.82	0.18	1.16	-0.05



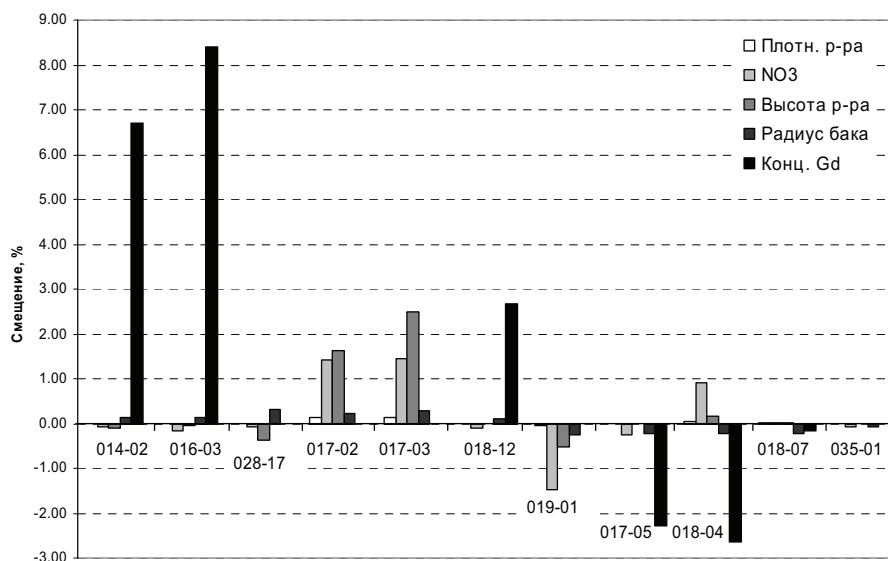


Рис. 2. Найденные после корректировки поправки к основным параметрам экспериментов, за счет которых происходит устранение расхождений

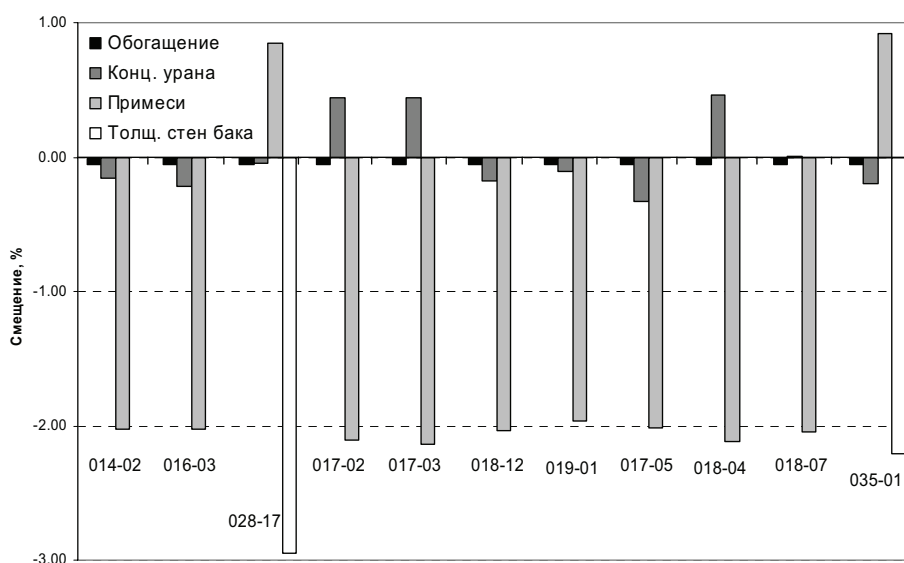


Рис. 3. Найденные после корректировки поправки к параметрам экспериментов, не влияющих на смещение  $K_{эфф}$

экспериментов будет устранена. В приложении приведены численные значения полученных поправок к параметрам экспериментов.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе проведен анализ одиннадцатиборок с водными растворами высокообогащенного урана с примесями гадолиния с водяным отражателем, выполненных в 1960-х и 1980-х гг. на критстенде в Физико-энергетическом институте. Для указанныхборок были составлены ковариационные матрицы погрешностей результатов на основании информации об условиях их выполнения, описанных в международном справочнике ICSBER Handbook, и насчитаны коэффициенты чувствительности  $k_{эфф}$  к сечениям и условиям экспериментов (размерам, концентрациям).

Корректность оценки погрешностей экспериментов оценивалась с помощью метода наименьших квадратов, однако критерий согласия  $\chi^2$  оказался равным  $3.52 \pm 0.43$ , что говорит о несогласованности исходных данных экспериментов. Для разрешения противоречий требовалось либо вводить дополнительную погрешность, либо проводить переоценку имеющихся в описанияхборок погрешностей. Для поиска возможных источников противоречий в экспериментах и способов их устранения был применен метод неопределенных множителей Лагранжа. В результате были получены поправки к значениям параметров (размерам и концентрациям) экспериментов, учет которых в совокупности с «поправленными» в результате выполненных расчетов сечениями позволяет полностью убрать имеющиеся расхождения между расчетными и бенчмарк  $k_{эфф}$ . Полученные поправки не превышают двух стандартных отклонений, что позволяет утверждать о возможной неточности в указанных экспериментаторами значениях исходных данных. Особенно ярко этот факт показан в сборках с гадолиниевым поглотителем: изменение лишь концентрации поглотителя и учет «поправленных» сечений позволяют полностью «убрать» имеющиеся расхождения, при этом все другие параметры меняются незначительно и не ведут к сколь-нибудь значимому смещению в  $k_{эфф}$ .

Таким образом, прежде чем отбрасывать на первый взгляд противоречивые эксперименты, имеет смысл провести корректировку описанным в работе методом, и в случае получения разумных поправок к значениям их параметров эксперименты можно использовать для анализа с учетом найденных поправок. Экспериментаторам следует более ответственно подходить к измерению условий экспериментов, а исследователям – уделять большее внимание корректности оценок представленных экспериментаторами данных. В целом метод неопределенных множителей Лагранжа показал свою работоспособность и может быть использован как дополнительный инструмент в случае, когда стандартный метод наименьших квадратов оказывается «бессилен».

## ПРИЛОЖЕНИЕ

Поправка к значению обогащения (89.04wt.%) равна  $-0.05\%$  во всех экспериментах, что составляет в абсолюте  $-0.05\%$  от концентрации изотопа  $^{235}\text{U}$ . Погрешность обогащения  $0.19\%$ .

Таблица П1

### Поправки к концентрации урана экспериментов HEU-SOL-THERM

Номер эксперимента	Концентрация, г/л	Погрешность $\delta$ , %	Смещение $\Delta$ , %	Смещение, г/л	$\Delta/\delta$
014-02	68.1	0.44	-0.16	-0.11	-0.36
016-03	144.2	0.49	-0.22	-0.32	-0.46
028-17	286	0.49	-0.04	-0.12	-0.09
017-02	202.4	0.49	0.44	0.89	0.89
017-03	202.4	0.49	0.44	0.90	0.90
018-12	279.6	0.50	-0.18	-0.49	-0.35
019-01	447.3	0.49	-0.11	-0.50	-0.23
017-05	192	0.52	-0.33	-0.63	-0.63
018-04	291.3	0.51	0.46	1.34	0.89
018-07	283.3	0.49	0.01	0.02	0.02
035-01	37.51	0.53	-0.20	-0.08	-0.38

Таблица П2

**Поправки к плотности раствора экспериментов HEU-SOL-THERM**

Номер эксперимента	Плотность, г/см <sup>3</sup>	Погрешность $\delta$ , %	Смещение $\Delta$ , %	Смещение, г/см <sup>3</sup>	$\Delta/\delta$
014-02	1.091	0.09	-0.01	0.00	-0.11
016-03	1.196	0.08	-0.01	0.00	-0.15
028-17	1.408	0.07	-0.01	0.00	-0.20
017-02	1.272	0.08	0.13	0.00	1.64
017-03	1.272	0.08	0.13	0.00	1.64
018-12	1.387	0.07	-0.01	0.00	-0.08
019-01	1.612	0.06	-0.05	0.00	-0.81
017-05	1.26	0.08	-0.02	0.00	-0.29
018-04	1.394	0.07	0.04	0.00	0.60
018-07	1.39	0.07	0.00	0.00	0.01
035-01	1.055	0.09	-0.01	0.00	-0.11

Таблица П3

**Поправки к концентрации ионов азотной кислоты экспериментов HEU-SOL-THERM**

Номер эксперимента	Концентрация, моль/л	Погрешность $\delta$ , %	Смещение $\Delta$ , %	Смещение, моль/л	$\Delta/\delta$
014-02	0.68	1.47	-0.08	0.00	-0.06
016-03	1.46	1.37	-0.17	0.00	-0.12
028-17	0.63	0.95	-0.06	0.00	-0.07
017-02	2.03	0.99	1.43	0.03	1.45
017-03	2.03	0.99	1.43	0.03	1.46
018-12	2.83	1.06	-0.10	0.00	-0.10
019-01	4.35	0.92	-1.49	-0.06	-1.62
017-05	1.94	1.03	-0.25	0.00	-0.24
018-04	2.95	1.02	0.91	0.03	0.90
018-07	2.91	1.03	0.01	0.00	0.01
035-01	0.19	1.05	-0.07	0.00	-0.07

Таблица П4

**Поправки к концентрации примесей экспериментов HEU-SOL-THERM**

Номер эксперимента	Концентрация, ppm	Погрешность $\delta$ , %	Смещение $\Delta$ , %	Смещение, моль/л	$\Delta/\delta$
014-02	5500	22.88	-2.03	-111.48	-0.09
016-03	5500	22.88	-2.03	-111.47	-0.09
028-17	5500	22.88	0.85	46.75	0.04
017-02	5500	22.88	-2.11	-115.91	-0.09
017-03	5500	22.88	-2.14	-117.73	-0.09
018-12	5500	22.88	-2.04	-111.95	-0.09
019-01	5500	22.88	-1.97	-108.21	-0.09
017-05	5500	22.88	-2.01	-110.71	-0.09
018-04	5500	22.88	-2.12	-116.41	-0.09
018-07	5500	22.88	-2.05	-112.56	-0.09
035-01	5500	22.88	0.92	50.43	0.04

Таблица П5

**Поправки к значениям высоты раствора экспериментов HEU-SOL-THERM**

Номер эксперимента	Высота, см	Погрешность $\delta$ , %	Смещение $\Delta$ , %	Смещение, см	$\Delta/\delta$
014-02	27.4	0.36	-0.10	-0.03	-0.28
016-03	33	0.30	-0.06	-0.02	-0.19
028-17	13.7981	0.58	-0.38	-0.05	-0.65
017-02	15.6	0.64	1.62	0.25	2.53
017-03	14.3	0.70	2.48	0.35	3.54
018-12	48.8	0.20	-0.01	0.00	-0.04
019-01	22.6	0.44	-0.51	-0.12	-1.15
017-05	64.2	0.16	-0.01	-0.01	-0.05
018-04	32.9	0.30	0.17	0.06	0.56
018-07	83.2	0.12	0.00	0.00	0.00
035-01	20.3439	0.15	-0.02	-0.01	-0.17

Таблица П6

**Поправки к значениям радиуса бака экспериментов HEU-SOL-THERM**

Номер эксперимента	Радиус, см	Погрешность $\delta$ , %	Смещение $\Delta$ , %	Смещение, см	$\Delta/\delta$
014-02	20	0.23	0.15	0.03	0.65
016-03	20.005	0.20	0.13	0.03	0.65
028-17	20.035	0.50	0.32	0.06	0.64
017-02	20.01	0.35	0.23	0.05	0.67
017-03	20.015	0.40	0.27	0.05	0.67
018-12	20.02	0.17	0.11	0.02	0.65
019-01	12.4	0.32	-0.24	-0.03	-0.74
017-05	12.415	0.32	-0.23	-0.03	-0.73
018-04	12.42	0.32	-0.22	-0.03	-0.68
018-07	12.42	0.32	-0.23	-0.03	-0.71
035-01	55	0.18	-0.07	-0.04	-0.38

Таблица П7

**Поправки к значениям толщины станок бака экспериментов HEU-SOL-THERM**

Номер эксперимента	Толщина, см	Погрешность $\delta$ , %	Смещение $\Delta$ , %	Смещение, см	$\Delta/\delta$
028-17	0.3	10	-2.95	-0.01	-0.29
035-01	0.6	10	-2.21	-0.01	-0.22

Таблица П8

**Поправки к значениям концентрации гадолия экспериментов HEU-SOL-THERM**

Номер эксперимента	Концентрация, г/л	Погрешность $\delta$ , %	Смещение $\Delta$ , %	Смещение, г/л	$\Delta/\delta$
014-02	0.1	5.00	6.70	0.01	1.34
016-03	0.525	3.81	8.39	0.04	2.20
018-12	1.943	2.47	2.67	0.05	1.08
017-05	0.497	3.42	-2.27	-0.01	-0.66
018-04	0.497	3.42	-2.64	-0.01	-0.77
018-07	0.977	3.07	-0.17	0.00	-0.06

**Литература**

1. Абагян Л.П., Базаянц Н.О., Николаев М.Н., Цибуля А.М. Справочник. Групповые константы для расчета реакторов и защиты. – М.: Энергоиздат, 1981.
2. Усачев Л.Н., Бобков Ю.Г. Последовательное планирование интегральных экспериментов и эффективный метод подгонки констант с учетом коррекции погрешностей совокупности микроскопических измерений/Сб. «Ядерные константы». – Вып. 10. – М.: Атомиздат, 1972.
3. Ваньков А.А., Ворopaев А.И. Корректировка групповых констант по результатам экспериментов на критических сборках БФС//Атомная энергия. – 1975. – Т. 39. – Вып. 1. – С. 51.
4. Иванова Т.Т., Мантуров Г.Н., Николаев М.Н., Раскач К.Ф., Рожихин Е.В., Цибуля А.М. Оценка погрешности расчетного предсказания критичности для систем с высокообогащенным ураном с использованием данных международного справочника по критическим экспериментам/Сб. докладов Международной конференции по ядерной безопасности (ICNC03) (Токай-Мура, Япония, 20-24 октября 2003 г.). – С. 283-288.
5. Иванова Т.Т. Оценка погрешности расчетного предсказания критических параметров размножающих систем с высокообогащенным ураном: дисс. ... канд. физ.-мат. наук. – Обнинск, ФЭИ, 2004.
6. Головки Ю.Е., Иванова Т.Т., Николаев М.Н., Рожихин Е.В., Цибуля А.М. Согласованный набор критических экспериментов для верификации нейтронных констант урана-235//Вопросы атомной науки и техники. Серия: Ядерные константы. – 2007. – Вып. 1-2. – С. 110-125.
7. International Handbook of Evaluated Criticality Safety Benchmark Experiments, NEA/NSC/DOC(95)3 (September 2010 Edition).
8. Николаев М.Н., Рязанов Б.Г. О коррекции сечений по данным интегральных экспериментов// Вопросы атомной науки и техники. Серия: Ядерные константы. – 1974. – Вып. 17. – С. 21.
9. Блыскавка А.А. и др. Программный комплекс CONSYST//ММККЕНО для расчета ядерных реакторов методом Монте-Карло в многогрупповом приближении с индикатрисами рассеяния в Р<sub>n</sub>-приближении/Препринт ФЭИ-2887. – Обнинск: ГНЦ РФ-ФЭИ, 2001.
10. Мантуров Г.Н., Николаев М.Н., Цибуля А.М. Система групповых констант БНАБ-93. Рекомендованные справочные данные. – М.: ЦНИИАтоминформ, 1995.
11. Жердев Г.М. Система программ расчета параметров ядерной и радиационной безопасности вне реакторного топливного цикла/Дисс. на соиск. степени к.ф.-м.н., Обнинск, ФЭИ, 2009.
12. Раскач К.Ф. Комплекс программ КАРНАВАЛ для расчета коэффициентов чувствительности  $K_{эфф}$  и детально-линейных функционалов потока к нейтронным данным на основе решения кинетического уравнения/Препринт ФЭИ-3014. – Обнинск: ГНЦ РФ-ФЭИ, 2004.

Поступила в редакцию 26.04.2012

**ABSTRACTS OF THE PAPERS****УДК 621.039.51**

*Application of the Undetermined Lagrangian Coefficients Method in the Analysis on Consistency of Experiments on the Example of Systems with High Enriched Uranium from ICSBEP Handbook \ Yu. E. Golovko; Editorial board of journal «Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetica» (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) – Obninsk, 2012. – 13 pages, 13 tables, 3 illustrations. – References, 12 titles.*

There are results of application of undetermined Lagrangian coefficients method in the analysis of consistency of experiments from ICSBEP Handbook in the current paper. It has been obtained biases to initial conditions of experiments (dimensions and concentrations) and to cross-sections based on the fact that criticality conditions in the real experiments have been strictly reached. Taking into account of these biases allows removing observed contradictions between calculation and experiment data which was not possible to remove using traditional Generalized list square method. Calculations have been made for experiments performed in SSC RF IPPE.

**УДК 621.039.526: 621.039.59**

*Some Macroscopic Characteristics of Fast Reactor Cores of Intermediate Capacity \ G. L. Khorasanov, A. I. Blokhin; Editorial board of journal «Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetica» (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) – Obninsk, 2012. – 5 pages, 1 table, 3 illustrations. – References, 13 titles.*

Mean neutron energies, one-group cross sections of neutron capture by uranium-238 and fission of americium-241 for the Russian reactors BN-600, BREST-300 and RBEC-340 (RBEC-M) are calculated using MCNP5 code. For RBEC-340 these characteristics are calculated for the reactor with its standard lead-bismuth coolant as well as for this reactor cooled with Pb-208, as it was proposed by the authors of the paper.

**УДК 621.039.58**

*Nuclear Safety of Melt Localisator Device for NPP with WWER Reactor Model \ N. V. Artamonov, A. S. Sidorov; Editorial board of journal «Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetica» (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) – Obninsk, 2012. – 9 pages, 5 tables, 9 illustrations. – References, 19 titles.*

Calculations of nuclear safety of melt localisator device for different types of NPP are presented. Basing on results analysis, recommendations regarding choice of sacrifice material for perspective melt localisator devices are given.

**УДК 621.039.53**

*The Technique of Ultrasonic Testing of Two-Component Metal-Reflex Reaction Setup VC-50 \ R. A. Globa, M. A. Trofimov; Editorial board of journal «Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetica» (Communications of Higher Schools. Nuclear Power Engineering) – Obninsk, 2012. – 4 pages, 4 illustrations. – References, 4 titles.*

In JSC «NIIAR» operated research single-circuit reactor setup made the VK-50 boiling like. Feature of the setup made the VC-50 is that the reactor vessel consists of a two-component metal (the metal core thickness of 100 mm and a cladding corrosion thickness of 20 mm). During the ultrasound control the body was found several problems: control of deposition and to identify areas of fusion, control of the base metal, bred for the welding. In the developed technique provides a solution to these problems, which has found practical application

**УДК 621.039.524.44:697.93**

*Simulation of Dynamics of Steam-Gas Front Distribution in Thermal Insulation of Power Plants Pipelines \ P. A. Dvornikov, S. N. Kovtun, A. A. Budarin, V. P. Polionov, N. N. Titarenko, N. G. Roshchin, A. L. Matveev, E. L. Matveev; Editorial board of journal «Izvestia visshikh uchebnikh zavedeniy. Yadernaya energetica»*